

Sistemas de transporte

Apuntes de la asignatura Transporte, 3º GIC

Bloque II, Capítulo 5

Transporte colectivo urbano

Sesiones 16-18

Autor: Miquel Estrada Romeu



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Escola Tècnica Superior d'Enginyers
de Camins, Canals i Ports de Barcelona



ÍNDICE

1. Introducción	5
2. Etapas de un viaje en transporte colectivo	6
3. Perspectiva unidimensional. Planificación de una línea de transporte colectivo	9
3.1. Acceso y espaciamiento de paradas.....	9
3.2. Espera y determinación de intervalos de paso.....	10
3.3. Modelo analítico de diseño de una línea de transporte.....	11
3.3.1. Frecuencia de paso infinita ($H=0$). Costes del operador despreciables	11
3.3.2. Frecuencia finita ($H\geq 0$). Costes del operador considerados	15
4. Perspectiva bidimensional. Planificación de una red de transporte colectivo.....	18
4.1. Aproximación mediante modelos analíticos basados en aproximaciones continuas.....	18
4.2. Desarrollo de modelización.....	20
4.3. Resolución del problema de minimización del coste global del sistema	25
5. Relación diseño estratégico con la planificación operacional.....	28
6. Referencias bibliográficas	30

Agradecimientos: El autor basa el contenido de esta monografía en las sesiones de desarrollo del artículo citado a continuación con el Prof. Carlos Daganzo durante el año 2010 sobre la nueva red de autobuses de Barcelona. Algunos de los conceptos presentados están también recogidos en un libro de apuntes del curso CE 259: Public Transportation, University of California, Berkeley y otros son originales. El autor quiere agradecer a este profesor las aportaciones y la formación recibida durante este periodo.

Estrada, M., M. Roca-Riu, H. Badia, F. Robusté and C.F. Daganzo (2011) Design and Implementation of Efficient Transit Networks: Procedure, Case Study and Validity Test. *Transportation Research Part A* 45 (9), 935-950. Elsevier.

1. Introducción

Los sistemas de transporte colectivo son una estrategia clave para reducir el uso del vehículo privado y mitigar el problema de la congestión en las principales ciudades. Por lo general, se considera un servicio público que garantiza la movilidad de todos los ciudadanos. Los medios de transporte individuales (coche, taxi, coche en alquiler, motocicleta) han reducido progresivamente las emisiones contaminantes y energía consumida por vehículo y son una opción para servir demandas puntuales de movilidad. Últimamente el concepto de vehículo eléctrico y de conducción autónoma se está planteando como la solución a las demandas individuales de movilidad de una ciudad. Sin embargo, su uso generalizado continuará provocando problemas de congestión en las redes de las ciudades densamente pobladas. En este contexto, el incremento de la ocupación vehicular, esto es, el transporte colectivo deber ser una de las políticas centrales en materia de movilidad sostenible de una ciudad para mitigar la congestión.

Las prestaciones de un sistema de transporte dependen de la accesibilidad, frecuencia, precio, seguridad y comodidad, que determinan la utilidad del servicio de transporte para realizar un viaje por parte de un usuario. Frecuentemente, en lugar de hablar de utilidad se utiliza el concepto de desutilidad, como el conjunto global de los costes y efectos negativos causados a un individuo durante el viaje. Si existen varios medios de transporte en competencia, a mayor desutilidad de un modo de transporte para completar un viaje, se puede esperar una menor demanda asociada a dicho modo. La medición de la desutilidad del viaje¹ suele considerarse directamente proporcional al coste generalizado del viaje (GC , *generalized cost*), aunque también depende de otras variables difícilmente cuantificables, denominadas variables latentes, como podrían ser la comodidad, fiabilidad del servicio.

De este modo, el coste generalizado de un viaje es una medida de cuantificación de los costes sufridos por un individuo en utilizar un modo de transporte particular para realizar un viaje. Se determina como una combinación lineal de la monetización del tiempo empleado en realizar el viaje (T , tiempo de viaje) y el coste directo que experimenta el usuario (C_{ϵ} , out-of-pocket) y se expresa en unidades monetarias (euros, \$) por viaje. La variable T integra el tiempo invertido en todas las etapas del viaje, que en el caso del transporte público se expresa como una combinación lineal del tiempo de acceso desde el origen a la parada, el de espera, el tiempo dentro del vehículo, el tiempo de transferencia (si existe) y el tiempo de egreso de la parada hasta el destino final. Por otro lado, el coste directo del viaje, en el caso del transporte público, se basa en la tarifa que debe pagar el usuario para poder acceder al servicio de movilidad. Si bien en muchas ciudades ya existe una tarifa integrada para utilizar el sistema de transporte público, en el caso de utilizar diversos servicios con tarifas distintas se debería computar el coste directo de la tarifa aplicable en cada etapa del viaje.

$$GC = \beta_T T + C_{\epsilon} \quad (1)$$

El parámetro β_T (€/pax-h) representa el valor percibido del tiempo por cada individuo y varía, por lo tanto, en función de las características socioeconómicas de éste. Frecuentemente se utiliza un valor medio de toda la población a la que sirve el sistema de transporte. No obstante, la definición de un valor agregado para toda la población puede provocar desbalances importantes entre las componentes temporales y monetarias del coste generalizado representativo de una sociedad o población.

Sin embargo, la satisfacción de los viajes de una ciudad en transporte colectivo no es gratuita. Existirá uno o varios operadores del sistema que deberán invertir en el desarrollo de la red de transporte, deberán sufragar los gastos en un mantenimiento correcto de la infraestructura y material móvil así como hacer frente a los costes de operación del sistema (por veh-km recorrido y por veh-h prestado). Aunque en algunos países existen varias empresas operadores sin coordinación, en la mayoría de países desarrollados existe un ente o agencia única responsable de velar por un servicio integrado y coordinado, aunque esté operado por varias empresas. De aquí en adelante, hablaremos de operador o agencia de transporte como la empresa que presta el servicio de transporte colectivo, aunque éste esté operado por diversas compañías.

¹ El concepto de desutilidad se volverá a considerar en el análisis de las técnicas de reparto modal para reproducir el comportamiento individual y la toma de decisiones de los usuarios

Por último, en función de la tecnología vehicular, la energía utilizada y el tipo de infraestructura, el sistema de transporte puede generar externalidades. Entendemos por externalidad o costes externos la generación de unos impactos que no los sufre el propio agente o persona que realiza el desplazamiento sino que se traspasan a la sociedad u a otros agentes, tales como costes de contaminación atmosférica, ruido, ocupación de espacio, efecto barrera, contaminación visual, accidentes.

Desde el punto de vista del usuario, resulta obvio que una mayor dotación de transporte público reduce el coste generalizado del viaje y aumenta la competitividad de la ciudad. Al mismo tiempo, incrementa la inversión en infraestructura del transporte público, sus costes de operación y las externalidades causadas. Adicionalmente, el transporte público suele estar subvencionado por parte de la administración. El hecho de incrementar la dotación de transporte público puede suponer un despendio económico a las arcas públicas en detrimento de otros servicios públicos como son la sanidad, la educación.

En este punto, debemos formularnos varias preguntas: ¿Hasta qué punto debe un operador de transporte incrementar el servicio de transporte público para servir la movilidad de una ciudad? ¿El incremento de las prestaciones de la red es lineal con el aumento de la inversión en transporte público? ¿Cuál es el punto de equilibrio?

En síntesis, la planificación de un sistema de transporte colectivo implica a varios actores (usuarios, operador, administración y sociedad) que presentan objetivos divergentes y que constituye un problema multiagente. El problema de planificación de un sistema de transporte consiste en conseguir las mayores prestaciones del sistema para los usuarios con el mínimo coste propio del sistema y costes externos. En este punto, el objetivo de una planificación en transporte sería la determinación de la red óptima de transporte que consigue minimizar la suma del coste generalizado de todos los viajes de los usuarios en la red, los costes de infraestructura y operacionales del operador y los costes externos del sistema. En este sentido, planificar una red de transporte es identificar este punto óptimo y garantizar unos valores máximos de coste generalizado, inversión y operación. El esquema de la red de transporte, los mapas de líneas y rutas serían únicamente el medio para conseguir el objetivo de la planificación.

En este sentido, el decisor político debe determinar qué umbrales máximos de coste generalizado se deben satisfacer o qué recursos económicos se disponen para la planificación de un sistema de transporte colectivo. Al tener vocación de servicio público y al ser subvencionado, el transporte público en una ciudad debe ser regulado y controlado por la administración.

El proceso de planificación del sistema de planificación frecuentemente se articula en tres fases diferenciadas según el horizonte temporal al que se refiere:

- **Proceso estratégico:** Abarca todo lo referido al diseño de la red, las rutas y las paradas o estaciones, en función de parámetros como la demanda de transporte colectivo, los tipos de sistemas de transporte, sus características funcionales, los costes. El horizonte de planificación es frecuentemente de decenas de años.
- **Proceso táctico:** Suponiendo que el diseño de la red está definido en la etapa anterior, se basa en la determinación de las frecuencias considerando la estacionalidad y variaciones de la demanda. El horizonte de planificación es de meses o semanas.
- **Proceso operacional:** Considerando las rutas y sus frecuencias correspondientes como fijas, se trata principalmente de crear un horario de servicio, ajustado a las variaciones de demanda diarias, regulaciones laborales de los conductores (turnos, descansos) y regulaciones de los vehículos (kilometraje máximo, calendario de mantenimiento). También se incluyen un conjunto de medidas de priorización y mejora que incrementen la velocidad comercial de los vehículos.

2. Etapas de un viaje en transporte colectivo

La planificación de un servicio de transporte colectivo debe considerar las distintas etapas que efectúa un usuario desde que su origen de viaje hasta a su destino para ofrecer un servicio competitivo con el vehículo privado. Aunque frecuentemente se suele incidir en el tiempo empleado dentro del vehículo para superar la distancia, los factores que más inciden en la elección del transporte colectivo por parte de un usuario son justamente los asociados a las etapas del viaje fuera del vehículo. Un ejemplo clásico es la competitividad

avión-tren de alta velocidad entre Madrid-Barcelona. Aunque el avión es el servicio de transporte con un menor tiempo de viaje entre terminales, el tiempo consumido en acceder a los aeropuertos y el tiempo de espera en aeropuertos para realizar los desplazamientos internos y controles de seguridad le hacen perder competitividad a favor del ferrocarril. Por este motivo, resulta clave medir objetivamente los tiempos invertidos en las distintas fases del viaje, así como entender la percepción de este tiempo por parte de los usuarios en función de la calidad del viaje y aprovechamiento de este tiempo (factores difícilmente cuantificables). En la Figura 1 se detallan las diversas fases de un viaje en un solo servicio de transporte, que condiciona el coste generalizado del mismo.

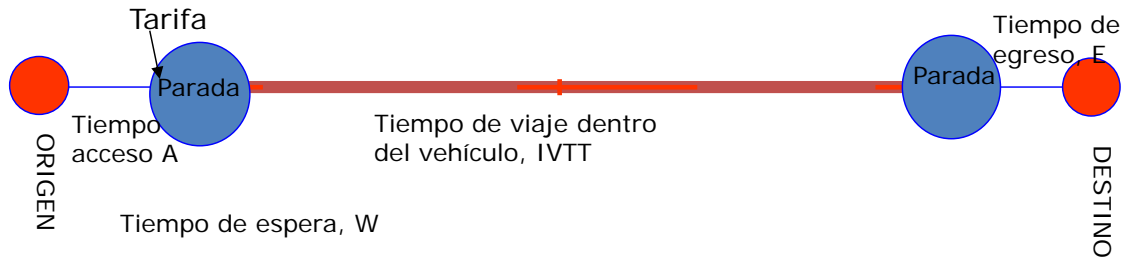


Figura 1. Etapas de la cadena de transporte de un usuario

Los usuarios deben invertir un cierto tiempo en el desplazamiento a pie desde sus puntos origen y destino del viaje hasta la parada más próxima del sistema, esto es, el coste generalizado contendrá una componente denominada **tiempo de acceso (A)**. En este tiempo también se debe considerar la fase de egreso del viaje desde la última parada hasta su destino final.

Si consideramos el transporte público con una ruta y un intervalo fijo como un servicio de consumo, éste no permite el almacenamiento. La oferta de transporte debe consumirse instantáneamente en el momento de producirse en la parada (a diferencia de sistemas actuales de vehículo en alquiler o car-sharing como el bicimg en Barcelona). Por lo tanto, el usuario debe esperar a que este servicio se vuelva a presentar en la parada al cabo del intervalo de tiempo fijado. Por lo tanto, la característica **b)** incide en que el usuario debe invertir un **tiempo de espera (W)** en la parada hasta que llegue el vehículo colectivo al que se pueda subir. Este tiempo de espera W también debe considerarse en el cálculo del coste generalizado CG.

Finalmente, una vez el usuario ha accedido a la parada, ha esperado la llegada del servicio de transporte y ha subido al vehículo, éste invertirá un tiempo de viaje para realizar un desplazamiento de longitud l y llegar a la parada más cercana a su destino, el denominado **tiempo de viaje dentro del vehículo (IVTT, in-vehicle travel time)**. En el caso del vehículo privado, si éste presenta una velocidad de cruceo² de v , el tiempo de trayecto dentro del vehículo es $IVTT=l/v$. No obstante, en el caso de un desplazamiento de una misma longitud y velocidad de cruceo en sistema de transporte colectivo, el tiempo dentro del vehículo IVTT será superior por el efecto de las detenciones en las paradas o estaciones fijas a lo largo de la ruta, $IVTT=l/v+f(s)$, donde $f(s)$ es una función del espaciado entre paradas no negativa. De este modo, el tiempo total de viaje puerta a puerta objetivo (T_o) se podría estimar mediante la Ecuación (2a). No obstante, la percepción del usuario del tiempo consumido en las distintas etapas de la cadena de transporte es distinta. De este modo, frecuentemente los usuarios percibimos más negativamente el tiempo consumido en acceder a la parada o esperar en ella a la llegada del vehículo, que el tiempo de viaje dentro del vehículo. Por este motivo, comúnmente se suele computar el tiempo de viaje percibido T_p , como la suma ponderada del acceso, espera y recorrido, afectados por sus correspondientes pesos de percepción (Ecuación 2b). Frecuentemente el peso asociado al tiempo de recorrido se considera como $w_{IVTT} = 1$, de forma que los demás pesos se calculan como factores multiplicativos a éste. En la tabla 1 se detallan los valores frecuentes de estos pesos causados por la distinta percepción de tiempo.

$$T_o = A + W + IVTT \tag{2a}$$

$$T_p = w_a A + w_w W + w_{IVTT} IVTT \tag{2b}$$

² Velocidad de cruceo es aquella que considera las paradas y detenciones por efecto de los sistemas de regulación del tráfico.

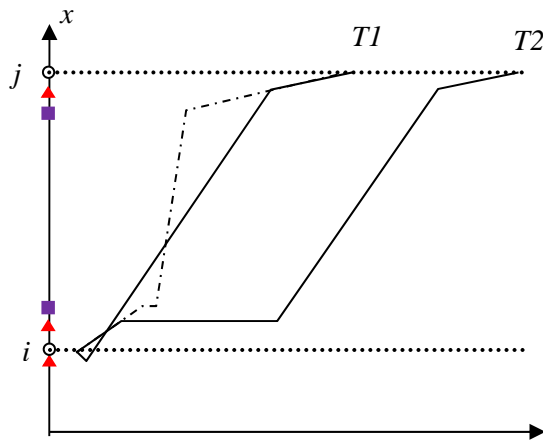
Tabla 1. Pesos de percepción de las distintas etapas de la cadena de viaje. Fuente: Kittelson and associates (2013)

	w_{IVTT}	w_A	w_W
Valor medio	1,0	2,2	2,1
Rango	1,0	0,8 – 4,4	0,8 – 5,1

Se puede comprobar que a igualdad de velocidad de cruceo y con una dotación de aparcamiento suficiente para el vehículo privado, el sistema de transporte colectivo siempre presentará un mayor coste temporal que el vehículo privado por el efecto de las paradas. Este hecho implica que cualquier medida de potenciación del transporte colectivo debe pasar por: incrementar la velocidad de cruceo del transporte colectivo de forma diferencial al coche (prioridad semafórica al TC, carriles segregados al TC en zonas de congestión), reducir la dotación física de aparcamiento libre al coche, o incrementar los costes directos del coche por medio de un peaje urbano (de acceso o peaje de aparcamiento).

Por lo tanto, para que un sistema de transporte colectivo sea competitivo con el automóvil, se debe proporcionar un buen servicio en todas las zonas de la ciudad (cobertura espacial), en todo momento (cobertura temporal) así como unos niveles de confort, velocidad y legibilidad adecuados.

La Figura 2 muestra idealmente las trayectorias de usuarios que utilizan dos medios de transporte colectivo distintos para realizar un viaje entre dos puntos de la ciudad (i, j) en perspectiva unidimensional. Como se puede comprobar, la trayectoria y por ende el tiempo total del viaje está totalmente condicionado por la fase de acceso, espera y recorrido dentro del vehículo. Los triángulos en el eje de ordenadas representan la localización de paradas de autobús y los cuadrados las correspondientes estaciones del metro. La alternativa metro (trayectoria en trazo discontinuo) y autobús (trazo continuo) presentan el mismo tiempo de viaje total $T1$ para realizar el mismo desplazamiento si el usuario del autobús se desplaza a la parada s . Se puede observar que el tranvía compensa el alto tiempo de acceso con una velocidad de cruceo significativa que reduce notablemente el tiempo dentro del vehículo. No obstante, el autobús consigue estas prestaciones con un menor tiempo de acceso (dada su mayor accesibilidad) pero con mayor tiempo de viaje dentro del vehículo. En el caso que las frecuencias del autobús se incrementaran (mayor tiempo de espera) y el usuario decidiera acceder a la parada más cercana en el sentido de avance del desplazamiento, se puede ver que el nuevo tiempo de viaje puerta a puerta $T2$ sería mucho mayor al correspondiente al metro.

**Figura 2.** Trayectorias de un mismo viaje entre un origen y un destino con dos servicios de transporte distintos

Desde el punto de vista del usuario, resultaría interesante disponer de servicios de transporte lo más accesibles y frecuentes posibles para minimizar su tiempo de viaje, dadas las velocidades de cruceo que se pudieran alcanzar. No obstante, como se ha argumentado, el operador del servicio de transporte no puede incrementar accesibilidad y frecuencia sin incurrir en unos costes inabordable. De este modo, debemos preguntarnos cuál es el balance óptimo entre el coste generalizado del usuario y el coste del operador. En el siguiente capítulo se presenta una metodología para calcular justamente este balance óptimo en el caso de una línea de transporte colectivo, en una perspectiva unidimensional. En el capítulo 4, se ampliará el alcance de la metodología a una perspectiva bidimensional, es decir para cubrir toda o una parte de una ciudad.

3. Perspectiva unidimensional. Planificación de una línea de transporte colectivo

En lo siguiente, se va a considerar un segmento rectilíneo con una demanda de transporte uniformemente distribuida en su longitud L . Se supone que, en el segmento rectilíneo en cuestión, se quiere construir una línea de transporte colectivo con las siguientes características:

- Una distancia espacial entre paradas (s) fija y no nula
- Un intervalo de paso (H) fijo y no nulo

La planificación de esta línea de transporte consistirá en encontrar la combinación de las dos variables de decisión descritas anteriormente que optimizan una determinada función objetivo. Esta función objetivo puede presentar distintos criterios o metas del planificador: (minimizar emisiones, minimizar costes del operador, maximizar beneficio del operador, maximizar prestaciones del usuario o una combinación de los efectos a los distintos actores del sistema de transporte. No obstante, el problema de optimización, ya sea en la función objetivo o como una restricción, va a considerar el tiempo de viaje o coste generalizado del usuario y los costes del operador. A continuación, se va a proceder a desarrollar una metodología que permita caracterizar el tiempo en las distintas fases del viaje de un usuario (acceso, espera y tiempo de viaje) mediante una formulación sencilla y compacta en función de las variables de decisión.

3.1. Acceso y espaciamento de paradas

Se va a suponer una línea de transporte con un espaciamento de paradas constante de valor s y la demanda uniformemente distribuida a lo largo la línea, tal y como determina la Figura 3. La velocidad a pie del usuario es v_w . Considerando estas hipótesis, se puede asumir que la distancia máxima a pie en la fase de acceso desde el origen más alejado a la parada es $s/2$. El valor esperado de la distancia de acceso $E(d)$, se calculará por medio de la fórmula $E(d) = \int_{l_{min}}^{l_{max}} x f(x) dx$, donde x es la localización del punto de origen en el dominio $l_{min} \leq x \leq l_{max}$, y $f(x)$ es la función densidad de distribución de la variable x , que para una distribución uniforme de x en el anterior dominio es $f(x) = \frac{1}{l_{max}-l_{min}}$. En nuestro dominio de análisis, $l_{max} = s/2$ y $l_{min} = 0$. De este modo, el valor esperado de la distancia de acceso del origen a la parada más cercana con espaciamento constante s es $E(d) = s/4$.

De este modo, la estimación del tiempo de acceso (origen) y egreso (destino) se puede calcular por medio de la Ecuación (3), donde se ha contabilizado que en la fase de egreso y acceso se recorrerá la misma distancia media.

$$A = \frac{2E(d)}{v_w} = 2 \left(\frac{s}{4v_w} \right) = \frac{s}{2v_w} \quad (3)$$

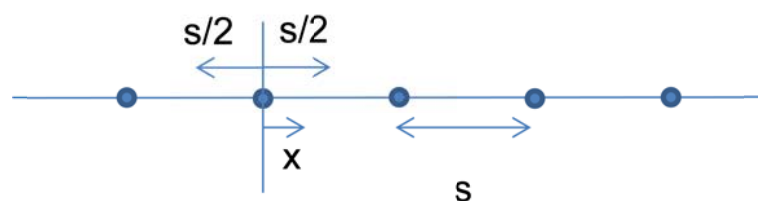


Figura 3. Esquema de la distancia máxima de acceso de un usuario en una línea con espaciamento constante s .

3.2. Espera y determinación de intervalos de paso

En esta sección se considerará el tiempo que invierte un usuario esperando en una parada cuando utiliza un sistema de transporte con unas frecuencias determinadas. En una primera aproximación se considerará que la **frecuencia de operación del servicio de transporte es elevada y que el usuario no dispone de información sobre el tiempo de paso exacto del servicio, sino que únicamente conoce su intervalo de paso medio \bar{H}** . No obstante, las llegadas de los vehículos a las paradas pueden ser ligeramente irregulares, de forma que cada llegada a la parada del vehículo i presenta un intervalo de paso con el vehículo antecesor definido por H_i .

En una primera aproximación, se considerará una tasa de llegadas de pasajeros a la parada constante en el tiempo λ (pax/h), que determina que la función de llegadas acumuladas de pasajeros sea una recta en un diagrama (pasajeros acumulados-tiempo) tal y como se muestra en la Figura 4. Suponiendo que los vehículos disponen de suficiente capacidad vehicular para permitir la subida de todos los pasajeros que esperan en la parada y que la operación de subida es instantánea, la función escalonada de la Figura 2 representa la curva de salidas de pasajeros de la parada.

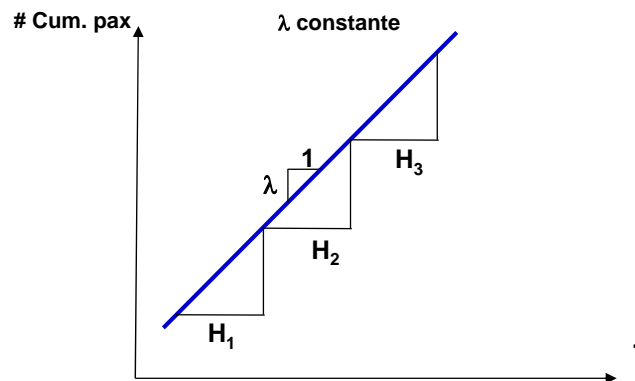


Figura 4. Llegada de pasajeros a la parada de autobús según una tasa de llegadas constante

El número total de pasajeros servidos acumulados en el periodo de tiempo correspondiente a los primeros K intervalos, $N(T_w)$, es se puede expresar por medio de la Ecuación (4).

$$N(T_w) = \sum_{i=1}^K \lambda H_i \quad (4)$$

donde T_w denota la duración del periodo, $T_w = \sum_i H_i$. De forma similar, el tiempo total de espera en el tiempo de análisis $\Omega(T_w)$, medido en pasajeros·hora se determina por la Ecuación (5):

$$\Omega(T_w) = \sum_{i=1}^K \frac{H_i}{2} \lambda H_i = \sum_{i=1}^K \frac{\lambda H_i^2}{2} \quad (5)$$

A partir de estos datos se puede determinar la espera media del usuario $W = \Omega(T_w)/N(T_w)$, que se comprueba que es independiente de λ :

$$W = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^K H_i^2}{\sum_{i=1}^K H_i} \quad (6)$$

Si se tiene en cuenta la expresión que relaciona la varianza de una variable x con las esperanzas de la variable x y x^2 : $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$, la Ecuación (6) se puede reescribir por medio de la Ecuación (7), donde s_H^2 representa la varianza de los intervalos H_i , $i=1, \dots, K$. **Por lo tanto, el valor esperado del tiempo de espera de un usuario presenta un término conocido igual a $\bar{H}/2$ y una segunda componente que está afectada por la varianza de los intervalos, es decir por la regularidad.** En este sentido, los operadores de transporte deben controlar la adherencia de los vehículos al intervalo planificado, ya que si esto no sucede no sólo se incrementan los costes operacionales, sino que los usuarios también verán incrementado su coste generalizado del viaje.

$$W = \frac{1}{2} \left(\bar{H} + \frac{s^2}{\bar{H}} \right) \quad (7)$$

3.3. Modelo analítico de diseño de una línea de transporte

En este subcapítulo, se va a proceder a la determinación de los parámetros de diseño óptimo de una línea de transporte. En una primera parte, se abordará el problema considerando que los costes del operador de transporte son despreciables, de forma que se calculará la línea que mejores prestaciones de servicio ofrezca. En una segunda parte, se considerarán costes de transporte no nulos y se determinará la mejor configuración de la línea que balancee los costes del operador y las prestaciones al usuario.

3.3.1. Frecuencia de paso infinita ($H=0$). Costes del operador despreciables

En los apartados anteriores se han estimado las componentes del coste generalizado de un usuario en la fase de acceso y de espera. Para la presentación del modelo analítico, se considera una línea de transporte con espaciamiento uniforme de las paradas s y se van a considerar las siguientes hipótesis:

- la demanda de usuarios está uniformemente distribuida a lo largo de la longitud de la línea. Se expresará por medio de la demanda horaria Λ (pax/h).
- los usuarios quieren realizar un desplazamiento de longitud l a lo largo de toda la línea (Figura 5a)
- cada usuario paga una tarifa constante θ por el viaje realizado
- los usuarios suben y bajan del servicio en las paradas distribuidas a lo largo de la línea. Para simplificar el cálculo, se va a considerar que tanto la apertura y cierre de las puertas del vehículo así como la operación de subida y bajada de pasajeros se realiza de forma instantánea, de forma que no se consume tiempo.
- la velocidad de cruce de los vehículos de transporte colectivo es v . Presentan una desaceleración constante $-a$ en la fase de frenado al llegar a una parada y la misma aceleración a (con signo contrario) al salir de la parada hasta alcanzar la velocidad de cruce nuevamente.
- el coste de operación del servicio por parte del operador es muy bajo y se considera despreciable. Por este motivo, se considera una frecuencia de paso de los vehículos infinita. Este hecho permite considerar que el intervalo de paso de la línea es $H=0$ para todos los vehículos, de forma que el tiempo de espera de los usuarios es $W=0$.

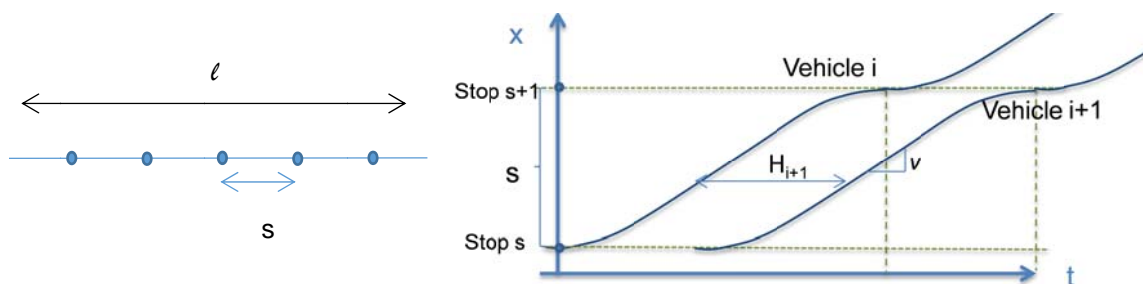


Figura 5. a) Esquema de la línea de longitud l con paradas equiespaciadas a una distancia s . b) Trayectorias de dos vehículos consecutivos espaciados H unidades de tiempo.

La planificación de la línea bajo estas hipótesis tendrá como objetivo determinar el valor del espaciado óptimo que minimiza el coste generalizado del usuario (GC). Se va a considerar el coste generalizado del usuario medio, que queda determinado por la Ecuación (8).

$$E(GC) = E(\beta_T T) + E(C_\epsilon) = \beta_T [A + W + IVTT] + E(C_\epsilon) \quad (8)$$

El valor esperado del tiempo de acceso se ha calculado anteriormente y queda definido por $A = s/2v_w$, mientras que el tiempo de espera es $W \approx 0$ debido a frecuencias significativamente altas. Por su lado, el coste directo del viaje queda definido por la tarifa uniforme $E(C_{\epsilon}) = \theta$ y no depende del espaciado.

Finalmente, para calcular el valor esperado del tiempo de viaje dentro del vehículo (*IVTT*) se va a descomponer este tiempo en dos componentes:

- i) el tiempo necesario para recorrer la distancia l suponiendo que el vehículo no realiza paradas y mantiene invariable la velocidad constante de cruceo a lo largo de l . Esta componente se estima fácilmente como l/v .
- ii) el tiempo necesario en todas las paradas a lo largo de la longitud del desplazamiento l para frenar, detener el vehículo y, posteriormente, acelerar hasta alcanzar nuevamente la velocidad de cruceo v . Esta componente se estimará como el producto del número de paradas en las que se detendrá el vehículo durante un viaje de un usuario de longitud l (l/s) y el tiempo adicional τ consumido en la operación de frenado y aceleración en cada parada en relación a un vehículo que no se detuviese y recorriera la longitud la velocidad de cruceo constante (hipótesis componente i). En la Figura 6 se compara la trayectoria de un vehículo exprés que mantiene una velocidad de cruceo constante (en verde) a lo largo del segmento de longitud s entre dos paradas y la correspondiente a un vehículo que frena y acelera, antes y después de una parada. El tiempo de desaceleración de este último vehículo (a una tasa constante a) para pasar de una velocidad v a la detención completa es $t_a = v/a$. La distancia recorrida x_a en el tiempo t_a que el vehículo está desacelerando se puede calcular como $x_a = \frac{1}{2}at_a^2 = \frac{v^2}{2a}$. Sin embargo, el vehículo exprés recorrerá esta misma distancia x_a en un tiempo inferior t_1 dado por $t_1 = \frac{x_a}{v} = \frac{v}{2a}$. Como se supone que el vehículo acelera con el mismo módulo a la tasa de frenado, el tiempo de aceleración del vehículo para pasar de velocidad 0 a la velocidad de cruceo es equivalente a t_a . De este modo, el tiempo adicional para realizar una parada por un vehículo en relación a un vehículo exprés (sin detención) queda determinado por la Ecuación (9). Por lo tanto, el tiempo adicional τ no es más que el tiempo necesario de aceleración de velocidad 0 a la velocidad de cruceo a una aceleración constante a .

$$\tau = 2(t_a - t_1) = 2\left(\frac{v}{2a}\right) = \frac{v}{a} = t_a \tag{9}$$

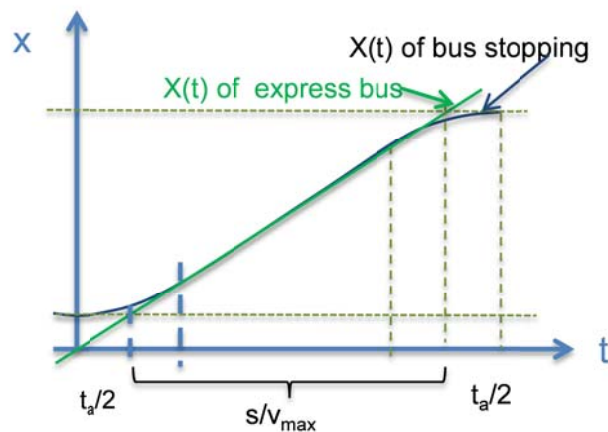


Figura 6. Trayectorias de un vehículo exprés que no realiza paradas y de un vehículo que modifica su velocidad a aceleración constante para efectuar la parada.

De este modo, el tiempo de viaje dentro el vehículo *IVTT* de un usuario que quiere realizar un desplazamiento de longitud l se puede finalmente estimar por medio de la Ecuación (10). Asimismo, la velocidad comercial del autobús en km/h, entendida como el inverso del tiempo (en horas) necesario para recorrer un kilómetro, incluido el tiempo de aceleración y desaceleración, queda definido por la Ecuación (11). De hecho, el término

$\frac{1}{v_c}$, comúnmente utilizado en atletismo, no es más que el ritmo o paso (*pace* en inglés) del vehículo, es decir, cuántas unidades de tiempo son necesarias para superar una unidad de distancia dada.

$$IVTT = \frac{l}{v} + \frac{l v}{s a} \quad (10)$$

$$\frac{1}{v_c} = \frac{1}{v} + \frac{1 v}{s a} \quad (11)$$

Por lo tanto, el problema de planificación de una línea consistente en determinar el espaciado óptimo que minimiza el coste generalizado del usuario medio se puede formular por medio de la Ecuación (12). No obstante, la segunda y cuarta componente de la Ecuación (12) no dependen de la variable de decisión s , por lo que la ecuación anterior se puede reescribir por la Ecuación (13).

$$\min_s \left[\beta_T \left(\frac{s}{2v_w} + \frac{l}{v} + \frac{l v}{s a} \right) + \theta \right] \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \text{s. t.} \\ & s > 0 \\ & \min_s \left[\left(\frac{s}{2v_w} + \frac{l v}{s a} \right) \right] \quad (13) \\ & \text{s. t.} \\ & s > 0 \end{aligned}$$

Se puede comprobar que las dos componentes del coste generalizado presentan efectos opuestos al incremento potencial de la variable s : el coste de acceso del usuario crecería y en cambio el coste temporal de realizar la fase de desaceleración/aceleración en paradas por parte del usuario disminuiría. En algunas ciudades se ha desarrollado una política de reducción del espaciado de las paradas para mejorar las prestaciones de los usuarios en términos de accesibilidad pero esta decisión en muchos casos ha obviado el efecto perjudicial en materia de tiempo de viaje dentro del vehículo. El resultado han sido líneas poco competitivas en tiempo global de viaje. Por tanto, el espaciado óptimo para el usuario medio es aquel que consigue un valor mínimo de la Ecuación (13), es decir un balance óptimo entre accesibilidad y tiempo de viaje. La Ecuación (13) es un ejemplo de lo que se denomina *Economic Order Quantity model*, o definición de tamaño económico óptimo. Para encontrar el valor óptimo del espaciado s^* se puede derivar los términos de la Ecuación (13) en relación a la variable de decisión e igualar a 0, obteniendo el valor de la ecuación (14) y el correspondiente coste generalizado del viaje óptimo, GC^* (Ecuación 15).

$$s^* = \sqrt{2l \frac{v}{a} v_w} \quad (14)$$

$$GC^*(s = s^*) = \beta_T \left(\frac{l}{v} + \sqrt{\frac{2lv}{av_w}} \right) + \theta \quad (15)$$

Caso práctico. Se propone analizar el espaciado óptimo de una línea con los siguientes parámetros de entrada: $v=30$ km/h, $l=5$ km, $v_w=2,5$ km/h, $a=0,5$ m/s², $\beta_T=1$ €/pax-h y $\theta=0$ euros. En este caso, la valoración de la función objetivo del problema definido en la Ecuación (12) es equivalente al valor del tiempo de viaje del usuario puerta-a puerta (A+IVTT). En la Figura 7 se dibujan las curvas de las distintas componentes que aparecen en la función objetivo de la Ecuación (12) en función del espaciado de la parada s . Se demuestra la gran robustez de la solución, dado que la función objetivo es prácticamente plana en el entorno del valor óptimo. Esto permite afirmar que, aunque el planificador tome un espaciamiento de paradas ligeramente superior o inferior al óptimo, los incrementos de la función objetivo serán prácticamente imperceptibles. De la figura, se puede comprobar que el valor óptimo del espaciado está en el entorno de $s=0,2-0,4$ km que corresponde con el valor óptimo obtenido por la Ecuación (14) que define un valor de $s^*=0,340$ km. El valor del coste generalizado calculado por la Ecuación (15) es de $GC^*=0,3027$ Euros/viaje.

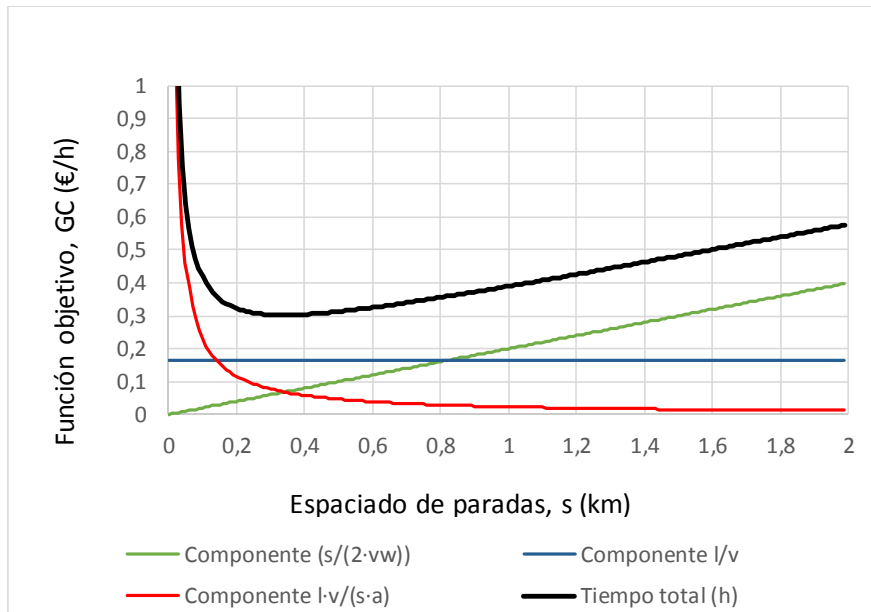


Figura 7. Curvas de coste generalizado total, tarifa, tiempo de acceso, paradas y trayecto en función del espaciado de la línea del problema.

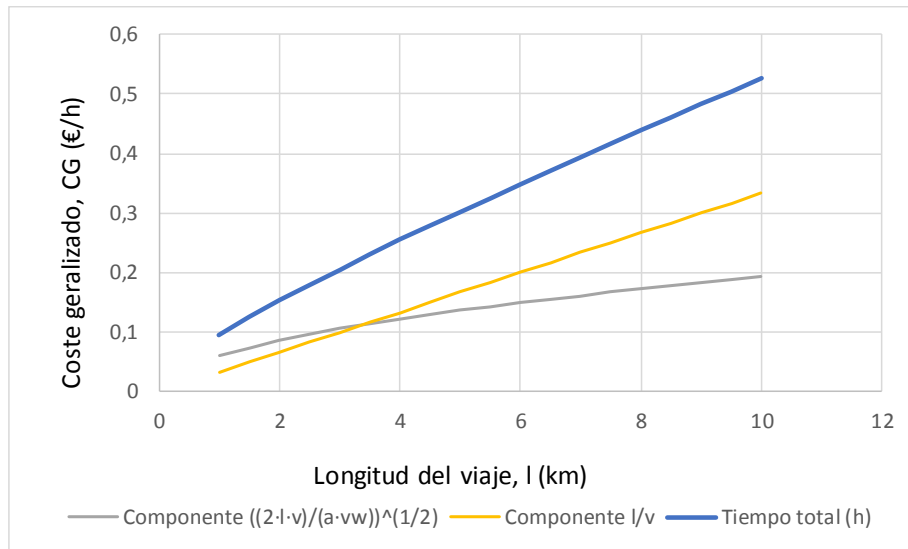


Figura 8. Curvas de coste generalizado total, componente de recorrido $\frac{l}{v}$ y componente de aceleración-acceso $\sqrt{\frac{2lv}{av_w}}$ en función de la longitud del viaje l .

Por último, si se analizan las dos componentes que influyen en el coste generalizado óptimo de la Ecuación (15) en un rango de desplazamientos de longitud variable (Figura 8), se puede determinar que ambas componentes (recorrido y aceleración-acceso) presentan valores parecidos. No obstante, para desplazamientos de longitud corta (inferior a 3.5 km), la componente $\sqrt{\frac{2lv}{av_w}}$ es la que contribuye en más medida a incrementar el GC. La componente de recorrido $\frac{l}{v}$ es una componente inevitable de superación de la distancia, compartida por todos los medios de transporte en superficie (taxis, autobuses, tranvías). En cambio, componente de aceleración-acceso depende de cada servicio de transporte colectivo. Una forma de minimizar esta segunda componente del coste generalizado sería reduciendo la longitud del viaje acercando los orígenes de los viajes a sus destinos mediante políticas urbanísticas. Esta medida, a parte de compleja, es poco verosímil dada la expansión creciente de las ciudades y las políticas existentes de desplazar el hogar a zonas periféricas de menor coste del suelo. Otra medida sería incrementar la aceleración de los vehículos. Esto explica que una parte importante de los metros de todo el mundo circulan sobre ruedas neumáticas para incrementar la aceleración. Una última medida sería el incremento de la velocidad a pie, por medio de rutas directas a las paradas de transporte e incluso prioridad en los semáforos a los peatones en los caminos de acceso a paradas.

3.3.2. Frecuencia finita ($H \geq 0$). Costes del operador considerados

En el caso anterior, se había supuesto que los costes de operación del servicio por parte del operador eran despreciables, con lo que el problema de diseño de la línea se basaba en minimizar el tiempo de viaje del usuario medio. En este punto se va a considerar que el operador debe asumir un coste unitario de distancia ϵ_V (euros/veh-km) y un coste unitario temporal ϵ_M (euros/veh-h). Este hecho provoca que la anterior suposición de intervalos de paso prácticamente nulos no se puede mantener. Por este motivo, se debe buscar el balance óptimo entre una buena accesibilidad (controlada por la variable de decisión espaciado de línea s) y una correcta cobertura temporal (controlada por la variable de decisión intervalo de paso H).

De esta forma, el problema de planificación que ahora se plantea abordar es maximizar el beneficio que obtiene el operador derivado de la venta de billetes considerando los costes operativos de ofrecer el servicio. No obstante, debido al interés público del servicio de transporte colectivo, en todos los países desarrollados los ingresos provenientes de los billetes no logran igualar los costes de operación. Las administraciones competentes fijan unas tarifas con una perspectiva social que haga el transporte público colectivo atractivo en relación a su coste directo y deben aportar subvenciones para garantizar una mínima rentabilidad al operador. En este sentido, el problema de maximización de beneficios es equivalente al problema de minimización de las pérdidas del operador, entendidas como los costes operativos del servicio menos la recaudación económica de los títulos de viaje. Este problema de optimización se resume en la Ecuación (15) en su formulación de niveles mínimos de servicio. Los costes de operación de la agencia en una hora Z_A dependen de la distancia recorrida por toda la flota en una hora de servicio (V) y el número de vehículos utilizados para prestar el servicio en una hora (M). Asimismo, los ingresos derivados de la venta de billetes en una hora (I) depende del número de usuarios por hora que utilizan el servicio (A) y del precio de billetes (θ). Asimismo, la minimización de estas pérdidas se debe producir **con un mínimo nivel de servicio al ciudadano**, de forma que el decisor o político debe definir un umbral máximo del coste generalizado del viaje (CG_{max}) que no se debe rebasar.

$$\begin{aligned} \min_{s,H} \{Z_A - I\} &= \min_{s,H} \{\epsilon_V V + \epsilon_M M - \Lambda \theta\} \\ & \text{s. t.} \\ & CG \leq CG_{max} \\ & s \geq 0; H \geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Hasta el momento, se ha visto como la variable relativa a la accesibilidad de la red (espaciamiento de paradas, s) y la relativa a la cobertura temporal (intervalo, H) influenciaban a las componentes temporales del usuario. No obstante, en este punto, se debe determinar qué efecto tienen ambas variables en los costes operacionales. Si se recuerda que el segmento rectilíneo a lo largo del cual opera la línea de transporte tiene una longitud L , se puede afirmar que en cada intervalo de tiempo H existe un vehículo que ha completado una vuelta entera a la línea, esto es, ha recorrido una distancia igual a $2L$ (en ambas direcciones). Esta estimación se refleja en la Ecuación (17) donde se estima la distancia recorrida por la flota por unidad de tiempo, V . Por otro lado, el número de vehículos necesarios para operar la línea a un intervalo H se puede estimar como el cociente entre el tiempo necesario para completar un ciclo completo y el intervalo H . Si se considera que el tiempo de ciclo es equivalente a la distancia recorrida en un ciclo completo ($2L$) dividida por la velocidad comercial, el número de vehículos necesario (M) queda definido por la Ecuación (18). En la realidad, el número de vehículos necesarios debe ser un número natural, por lo que el cociente $\frac{V}{v_c}$ debe aproximarse al entero superior. No obstante, cuando se pretende estimar los costes operativos por este modelo analítico, el error cometido al no hacer este redondeo no es significativo si M presenta un valor alto.

$$V = \frac{2L}{H} \quad (17)$$

$$M = \frac{2L}{v_c} \frac{1}{H} = \frac{V}{v_c} \quad (18)$$

El problema definido en la Ecuación (16) en su formulación de niveles mínimos de servicio puede presentar una formulación complementaria, donde parte de las restricciones del problema se puedan considerar en la propia función objetivo. **Esta versión del problema se denomina formulación Lagrangeana**, y queda definida en la Ecuación (19), donde el parámetro π representa el multiplicador de Lagrange que afecta al nuevo término de la función objetivo GC que anteriormente estaba restringido. En esta formulación, la función objetivo consiste en minimizar el coste total del sistema, Z , entendido como la suma de los costes del operador y los costes temporales del usuario. Se puede argumentar que la equivalencia entre la formulación

Lagrangeana del problema y de niveles mínimos de servicio es completa para un sólo valor del multiplicador de Lagrange π . En este caso el multiplicador de Lagrange debe ser igual a $\pi = \Lambda$. De este modo, la ecuación (19) que define el problema de optimización en su formulación Lagrangeana se puede simplificar tal y como muestra la Ecuación (20).

$$\min_{s,H} \{Z_A - I + Z_U\} = \min_{s,H} \left\{ \epsilon_V \frac{2L}{H} + \epsilon_M \frac{2L}{v_c H} - \Lambda\theta + \pi GC \right\} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \text{s. t.} \\ & s \geq 0; H \geq 0 \end{aligned}$$

$$\min_{s,H} \left\{ Z = \epsilon_V \frac{2L}{H} + \epsilon_M \frac{2L}{v_c H} - \Lambda\theta + \Lambda \left(\beta_T \left[\frac{s}{2v_w} + \frac{H}{2} + \frac{l}{v} + \frac{lv}{sa} \right] + \theta \right) \right\} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \text{s. t.} \\ & s \geq 0; H \geq 0 \end{aligned}$$

Se puede comprobar en la Ecuación (20) que los términos relativos ingreso global o coste total del billete de todos los usuarios ($\Lambda\theta$) se cancelan y no juegan ningún papel en la minimización de los costes totales del sistema Z , es decir, usuarios más agencia. Son puras transferencias económicas (*cash flows*) entre los agentes que intervienen en la planificación que no afectan al coste del sistema global.

Los valores óptimos de las variables de decisión que minimizan el coste total del sistema (Z) se pueden encontrar calculando las derivadas parciales en función de cada variable e igualando a 0. Realizando el tratamiento algebraico pertinente, los valores óptimos se definen en las Ecuaciones (21) y (22).

$$H^* = \sqrt{\frac{4L \left[\epsilon_V + \epsilon_M \left(\frac{1}{v} + \frac{v}{sa} \right) \right]}{\Lambda\beta_T}} \quad (21)$$

$$s^* = \sqrt{2v_w \frac{v}{a} \left(l + \frac{2L\epsilon_M}{H\Lambda\beta_T} \right)} \quad (22)$$

En este caso, se puede comprobar que el espaciado óptimo entre paradas incluye un nuevo término positivo que no aparecía en la Ecuación (14), por lo que la configuración óptima de la línea se basará en un espaciado entre paradas mayor al calculado cuando se hacía la hipótesis $H=0$. Este resultado es razonado, ya que el hecho de incluir más paradas por kilómetro únicamente reduce algunos términos del coste del usuario, pero tiene siempre un efecto negativo sobre los costes del operador.

En el desarrollo matemático del problema anterior, definido en la Ecuación (20), queda pendiente realizar una comprobación de cumplimiento de una restricción física importante: la restricción de capacidad vehicular. De este modo, se debe identificar el arco crítico que presente un mayor flujo de personas y garantizar que la ocupación en el vehículo es inferior a la capacidad del vehículo. Tal y como se ha definido el problema, la densidad de demanda generada por unidad de distancia y hora en una línea del corredor (un sentido) es $\delta = \frac{\Lambda}{2L}$. De este modo, si se considera que un usuario puede proseguir el viaje de una línea a otra sin ninguna limitación, el flujo de viajeros que cruzará una sección serán todos aquellos viajeros que hayan iniciado su viaje en el segmento de longitud l aguas arriba de la sección. Se recuerda que todos los viajes presentan una longitud homogénea para todos los usuarios igual a l . Por lo tanto, el flujo de pasajeros en una sección cualquiera será $q \left(\frac{pax}{hora} \right) = \frac{l\Lambda}{2L}$ y si se multiplica por el intervalo H se obtiene finalmente la ocupación del vehículo $O \left(\frac{pax}{veh} \right) = \frac{l\Lambda}{2L} H$. Finalmente, la condición a satisfacer es que la capacidad C (pax/veh) sea superior a la ocupación O dentro del vehículo, definida en la Ecuación (23). Esta condición se debe satisfacer e incluir en el problema definido en la Ecuación (20).

$$O = \frac{l\Lambda}{2L} H < C \quad (23)$$

El valor óptimo de cada variable de decisión (s o H) definido en las ecuaciones (21) ó (22) depende de la otra variable a determinar. Por lo tanto, estas expresiones se pueden utilizar cuando una de las dos variables presenta un valor dado condicionado por factores políticos, geográficos, urbanísticos o de disponibilidad de recursos. No obstante, cuando ambas variables no están restringidas, el proceso de resolución numérica más

sencillo para encontrar los valores óptimos es por enumeración iterativa en malla en los dominios de estudio de ambas variables. Los dominios de las variables s y H se explorarán de forma discreta a pasos constantes Δ_s y Δ_H respectivamente. Los valores de estos pasos se deben definir en función de la precisión de la resolución, pudiéndose adoptar $\Delta_s = 20$ metros y $\Delta_H = 0.5$ minutos. Una de las propiedades que presentaba la resolución del problema en una línea con $H=0$ era la robustez de la solución, presentando una curva de costes temporales del usuario prácticamente plana en el entorno del valor óptimo del espaciado. Este hecho quiere decir que, aunque implementemos un valor ligeramente superior o inferior al óptimo, los sobrecostes a obtener en relación a la solución óptima son prácticamente imperceptibles. Esta propiedad también se presenta en este problema en relación a la variable H , por lo que da suficiente seguridad para implementar unos saltos Δ_H no excesivamente pequeños, que incrementarían el tiempo computacional. El dominio de exploración de s quedará definido por $s' = k_s \Delta_s$, donde k_s es un número entero $k_s=1, \dots, N_s$. De forma similar, el dominio de la variable H se define por $H' = k_H \Delta_H$, donde k_H es un número entero $k_H=1, \dots, N_H$. Los valores de N_s y N_H se deben definir para cubrir los valores máximos que pueden presentar las variables (en el caso de estudio y considerando los pasos anteriores se recomienda no exceder $N_s=50$ y $N_H=40$, esto es $s_{max}=1000$ m y $H_{max}=20$ min). De este modo, se debe configurar un proceso iterativo que calcule el coste total del sistema de transporte colectivo $Z(s', H')$ de la ecuación (20) para los posibles valores de k_s y k_H e identificar el par (k_s^*, k_H^*) que asegure la siguiente condición $Z(k_s^* \Delta_s, k_H^* \Delta_H) \leq Z(k_s \Delta_s, k_H \Delta_H), \forall k_s, k_H$.

$$Z(k_s \Delta_s, k_H \Delta_H) = \epsilon_v \frac{2L}{k_H \Delta_H} + \epsilon_M \frac{2L}{k_H \Delta_H} \left(\frac{1}{v} + \frac{v}{a k_s \Delta_s} \right) + \Lambda \left(\beta_T \left[\frac{k_s \Delta_s}{2v_w} + \frac{k_H \Delta_H}{2} + \frac{l}{v} + \frac{lv}{k_s \Delta_s a} \right] \right) \quad (24)$$

Caso práctico. Se va a considerar la planificación de una línea de autobús que debe servir una demanda objetivo $\Lambda = 1000$ pax/h, con los siguientes parámetros de entrada: $v=30$ km/h, $l= 5$ km, $v_w=2,5$ km/h, $a=0,5$ m/s², $\beta_T=14$ €/pax-h, $\theta = 0$ euros, $L=10$ km, $\epsilon_v = 2$ euros/veh-km, $\epsilon_M = 40$ euros/veh-h y capacidad vehicular $C=75$ pax/veh (autobús estándar). El valor de la función objetivo, $Z(s,H)$, se presenta en un diagrama $(s, H, Z(s,H))$ en la Figura 9 sin considerar la restricción de la capacidad. Los valores corresponden a la metodología de resolución por enumeración de la función objetivo definida anteriormente. Se puede identificar que el dominio de $Z(s,H) < 6.000$ euros/h (color azul) contiene la solución óptima, que para este problema es de $Z^* = 5710,2$ euros/h y que corresponde a un valor de $s^* = 360$ metros y $H^* = 6,5$ minutos. Al igual que sucedía con el problema anterior, la solución es robusta dado que el sistema presenta un gran dominio de (s,H) donde la función objetivo (costes totales) son prácticamente constantes. No obstante, se debería asegurar que la restricción de capacidad vehicular se cumple para este problema. Considerando la Ecuación (23), el intervalo máximo que cumple esta restricción es $H < \frac{2LC}{l\Lambda} = 18$ min. Por lo tanto, la solución óptima cumple perfectamente con la restricción de capacidad, presentando una ocupación = 27 pax/veh.

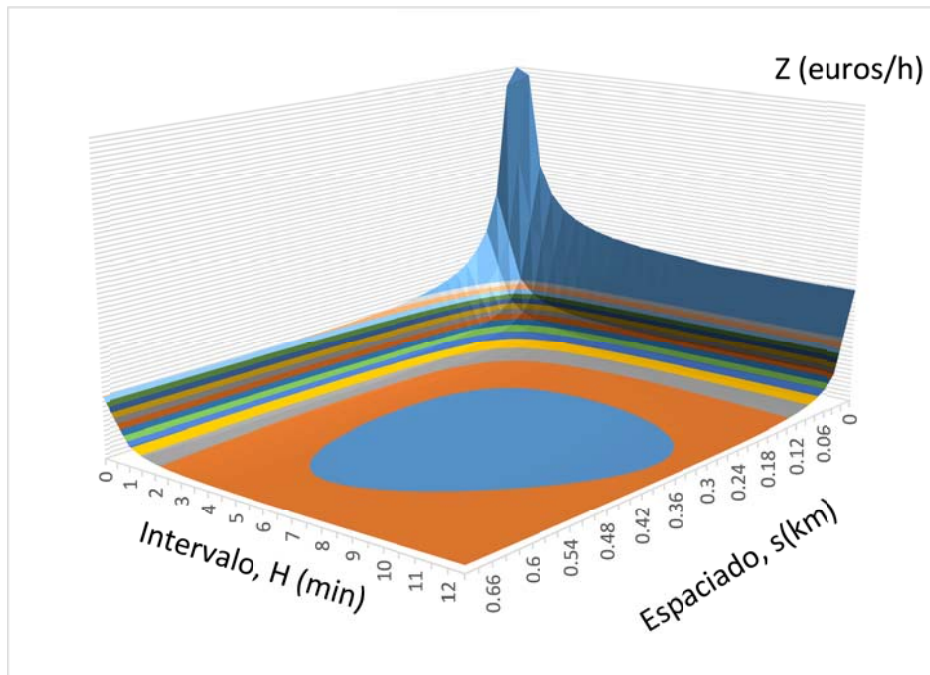


Figura 9. Estimación del coste total del sistema (Z) en función del espaciado (s) y del intervalo de paso (H).

En este caso, el valor del tiempo de viaje se ha considerado más alto que en el caso anterior para ser representativo de valores reales.

4. Perspectiva bidimensional. Planificación de una red de transporte colectivo

En este subcapítulo se va abordar la planificación estratégica y táctica de una red de transporte colectivo en superficie, a partir de la valoración de los costes totales del sistema (usuarios y agencia). Las principales diferencias consideradas en el desarrollo metodológico realizado hasta el momento son:

- i) los usuarios podrán realizar un trasbordo de una línea a otra para aprovechar la conectividad de la red y minimizar el tiempo puerta-a-puerta. Este hecho también va a permitir que el operador pueda reducir costes en comparación a una red basada en líneas directas origen-destino.
- ii) se incluirán los costes infraestructurales para la construcción y mantenimiento de la red de transporte. Anteriormente, en el caso de una línea de transporte, la longitud de infraestructura era fija e igual a $2L$. En el caso de la perspectiva bidimensional, en función del espaciamiento de las líneas y la compacidad de la red, la longitud de la red de transporte variará y por ende, los costes infraestructurales. En este sentido, se va a considerar un coste unitario infraestructural, expresado en €_L (euros/km-h), que representará el coste por kilómetro y hora de utilización.

4.1. Aproximación mediante modelos analíticos basados en aproximaciones continuas

Los modelos analíticos intentan reproducir esquemas de red simples que permitan estimar fácilmente las prestaciones de la red en términos de tiempo de viaje de los usuarios y los costes operativos. Un esquema viable es el de una red en malla de corredores horizontales y verticales (Figura 10a). En la intersección entra cada corredor horizontal y vertical existe una parada de transferencia que permite el intercambio de pasajeros, de forma que se puede acceder con una sola transferencia a cualquier punto de la red. Como se puede ver, cada parada de transferencia tiene doble cobertura de líneas (horizontal y vertical), hecho que conlleva unos costes infraestructurales altos. Este esquema es fácilmente visualizado en áreas urbanas con alta demanda que se pretenden servir con tecnologías de transporte de costes operativos reducidos (autobús). Es el caso de la nueva red de autobuses de Barcelona o la red de autobuses de Manhattan, NY, USA. Otra posibilidad es la implementación de una red radial como la que presenta la Figura 10b. En este esquema, todas las líneas salen de un punto central de transferencia y se van ramificando a medida que se alejan de éste. En cada punto de ramificación o nudo, la frecuencia de vehículos en cada rama se divide por el número de ramificaciones existentes. Este hecho provoca que el tiempo de espera de los pasajeros en la ramificación crezca de forma significativa. Cada parada tiene cobertura simple de una sola línea (vertical o horizontal). Este esquema es fácilmente reconocible en redes interurbanas de transporte público colectivo de alto coste infraestructural (ferrocarril interurbano o trenes regionales). En el caso catalán, la red de pasajeros de FGC o la de cercanías operada por Renfe serían buenos ejemplos. Ambos esquemas (radial o mallado) presentan una accesibilidad aproximadamente constante en el territorio. No obstante, en el modelo radial la cobertura temporal (frecuencia) decrece linealmente a medida que nos alejamos del centro. En el caso del operador, este hecho le beneficia en tener que asumir menores costes operacionales y menor infraestructura.

Recientemente, se han propuesto modelos híbridos que definen un esquema mixto de red mallada en el interior de la ciudad y un esquema radial en la periferia de ésta, a partir de una distancia mínima del centro de la ciudad. Este esquema híbrido propuesto por el Prof. Daganzo (Daganzo, 2009) permite un mayor ajuste del patrón óptimo de red a un mayor número de ciudades. De hecho, la variable α_x ($0 < \alpha_x < 1$) de la Figura 10c representa la fracción de la longitud de la ciudad (D_x) que está cubierta con red mallada, de forma que una fracción $(1 - \alpha_x)$ permanece con red radial.

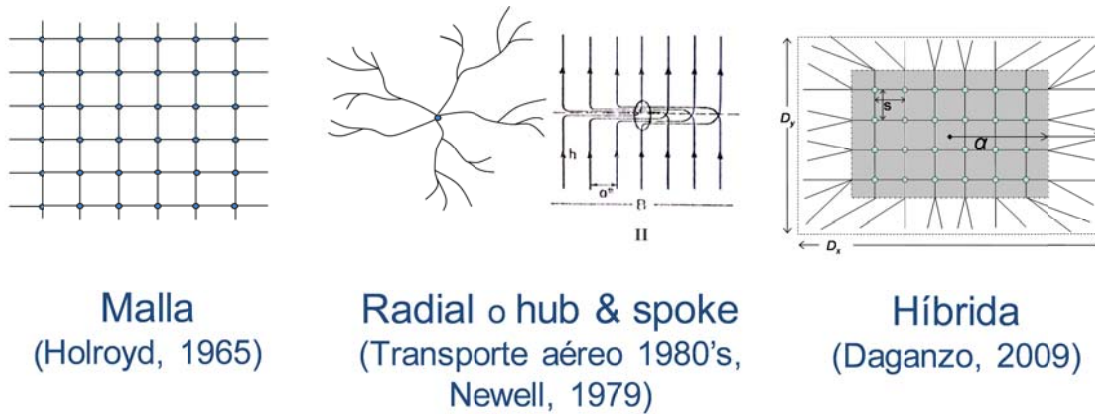


Figura 10. Esquemas de patrones de redes simples. a) red mallada, b) red radial y c) red híbrida.

El proceso de diseño para definir la red de una ciudad siguiendo estos esquemas simples es el siguiente:

1. Para cada esquema de red (malla, radial o híbrida), se identifican unas variables de decisión que controlan la cobertura espacial (espaciado entre líneas y paradas, tamaño del área de la red híbrida con doble cobertura), la cobertura temporal (intervalo) y otros parámetros como la rapidez o fiabilidad. A partir de metodologías basadas en cálculos de esperanzas de variables aleatorias y probabilidad geométrica, se pueden estimar las prestaciones de la red, emisiones, o costes a partir de las variables de decisión de una forma simple y robusta. El planificador puede generar multitud de elementos de cada esquema de red a partir de distintas combinaciones de los valores numéricos de las variables de decisión. No obstante, frecuentemente se realiza un proceso de optimización para identificar la combinación de variables que presente el menor coste del sistema, aunque de una forma sencilla se pueden definir otros objetivos de la planificación (minimizar emisiones, minimizar prestaciones sujeto a un coste operacional máximo, etc.). Esta primera parte es el núcleo del proceso de planificación de transporte público y es donde se plasman los criterios políticos y de servicio. Planificar, es realizar este proceso de optimización.
2. Una vez se ha identificado el esquema óptimo de la red, se debe pasar a definir el plan de transporte por medio de un mapa de las líneas que considere la oferta viaria y los puntos de demanda real de la ciudad. Este punto es el que requiere más intervención manual, ya que el decisor debe traducir el esquema ideal de la red a un conjunto de itinerarios a lo largo de las calles disponibles donde puedan circular los vehículos de transporte. De este modo el esqueleto óptimo definido en la primera fase debe ajustarse a la malla de calles y avenidas que presente la ciudad.

Los ejemplos anteriores (malla, radial, híbrida) son ejemplos de redes que se basan en transferencias. Fijémonos que en el esquema de red mallada o radial, todos los desplazamientos se pueden realizar con una sola transferencia como máximo. En el caso de la red híbrida, un desplazamiento con origen y destino en un mismo cuadrante este, oeste, Norte o Sur de la periferia necesita 2 transferencias. En contraposición a estas redes basadas en transferencias, existen las redes directas puerta a puerta, donde existe una línea de transporte que une sin transferencias los principales puntos generadores y atractores de viajes en una ciudad. Es obvio pensar que estas redes funcionan sin responder a una estructura sistémica y más bien acaban siendo una suma de varias líneas de transporte. Asimismo, se puede concluir que una misma zona de la ciudad puede presentar un solape de múltiples líneas, hecho que no sucedía en la red mallada o radial (salvo en el centro de la última). Adicionalmente, el número de líneas crece exponencialmente con el número de pares origen-destino a servir, por lo que la limitación del número máximo de vehículos que un operador puede gestionar hace que las frecuencias de paso en la red sean bajas.

Un estudio reciente realizado por el investigador Hugo Badia (Badia, 2016) concluye que las redes basadas en transferencias presentan unos menores costes totales del sistema en relación a redes directas con líneas puerta-a-puerta cuando la demanda de usuarios en la ciudad está distribuida, sin presentar grandes núcleos de atracción de demanda. Asimismo, este mismo investigador ha analizado la aplicación potencial de las redes híbridas en diversos escenarios, demostrando que la fracción de la ciudad servida con red mallada nunca llega a valores inferiores al 80% ($\alpha_x > 0.8$) por lo que la red radial únicamente se concentra en un área muy reducida. Este hecho permite asegurar el potencial de las redes malladas en relación al resto y centrar la atención de este documento en éstas, sin perjuicio que el estudiante pueda abordar por su cuenta los otros modelos.

4.2. Desarrollo de modelización

De ahora en adelante, se va a considerar una ciudad de forma rectangular con dimensiones $D_x \cdot D_y$, cuya red de calles presenta una estructura mallada por donde pueden circular vehículos de transporte colectivo (Figura 11). Se definen líneas de transporte colectivo en la dirección x de los ejes cartesianos (horizontales) y en la dirección y (verticales). En la intersección de una línea vertical con una horizontal se considera que existe una parada de transferencia. El espaciado entre las líneas verticales u horizontales se considera un múltiplo superior al espaciado de las paradas, definido como s . De este modo, las líneas verticales están espaciadas a una distancia $s_x = p_x \cdot s$, mientras que las horizontales tienen un espaciamiento $s_y = p_y \cdot s$. Las variables p_x y p_y son variables enteras. Por lo que se refiere a la cobertura temporal, cada línea horizontal y vertical presenta dos direcciones de servicio operadas a un intervalo constante H . Se supone que la velocidad de cruceo en ambas líneas horizontales y verticales es idéntica e igual a v .

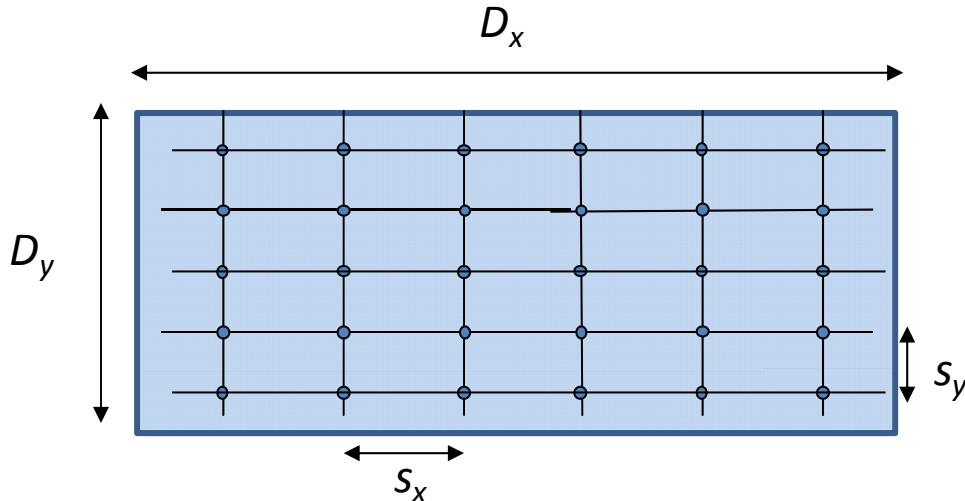


Figura 11. Esquemas del patrón de red mallada en una ciudad rectangular de dimensiones $D_x \cdot D_y$

Por lo que se refiere a los usuarios, se considera una demanda potencial de Λ (pax/h) uniformemente distribuida en toda el área de la ciudad. **Se considera que los usuarios se mueven en la ciudad utilizando las líneas que le presentan una menor distancia recorrida dentro del vehículo.**

La planificación de la red de transporte óptima seguirá la metodología definida en los apartados anteriores, presentando un problema de minimización de los costes totales del sistema (Z), definido en la Ecuación (25).

$$\begin{aligned} \min_{s, H, p_x, p_y} \{ Z = \epsilon_L L + \epsilon_V V + \epsilon_M M + \Lambda \beta_T (A + W + IVTT + T_{TR}) \} & \quad (25) \\ \text{s. t. } & \quad 0 \leq C \\ & \quad s, H \geq 0 \\ & \quad p_x, p_y \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

La función costes totales Z (euros/h) está expresada de forma general en unidades monetarias por unidad de tiempo de servicio. En algunos casos, la función de costes totales también se puede expresar en unidades de tiempo equivalente de pasajero: $Z'(h \text{ eq.}) = (\epsilon_V V + \epsilon_M M + \epsilon_L L) / \Lambda \beta_T + (A + W + IVTT + T_{TR})$. En la comparativa internacional de redes de transporte colectivo, la unidad tiempo equivalente de usuario aporta una valoración más global del coste de usar y proveer el servicio de transporte. Como aspectos novedosos, se ha incluido en la función objetivo la componente de coste infraestructural a asumir por la agencia, como producto de la longitud de la red (L) por su correspondiente coste unitario por kilómetro y hora de utilización (ϵ_L) y el tiempo promedio de transferencias de un usuario (T_{TR}). A continuación se va a detallar el cálculo de cada componente de la función objetivo dependiente de las variables de decisión del problema: s, H, p_x, p_y .

Longitud de la red de transporte, L. El número de líneas verticales a implementar en la ciudad se puede estimar por medio del cociente $\frac{D_x}{s_x}$, conociendo que cada una de ellas tiene una longitud igual a D_y . De forma similar, el número de líneas horizontales es $\frac{D_y}{s_y}$, presentando cada una de ellas una longitud de D_x . La longitud

de la red se puede calcular fácilmente como el número de líneas verticales y horizontales multiplicadas por sus correspondientes longitudes, según la Ecuación (26).

$$L = L_x + L_y = \frac{D_y D_x}{s_y} + \frac{D_x D_y}{s_x} = D_y D_x \left(\frac{1}{p_y s} + \frac{1}{p_x s} \right) \quad (26)$$

Distancia recorrida por la flota en una hora de servicio, V. Tal y como se había visto en el caso de una línea de transporte colectivo (capítulo 3), en cada línea horizontal habrá un vehículo que realizará un ciclo completo de distancia $2D_x$ en cada intervalo de tiempo H . Si se consideran todas las líneas horizontales, la distancia total recorrida por la flota en la componente cartesiana x será igual a dos veces (doble sentido) la longitud total de los corredores horizontales dividida por su intervalo de paso H . Una aproximación idéntica se puede realizar para las redes verticales.

$$V = V_x + V_y = \frac{2L_x}{H} + \frac{2L_y}{H} = \frac{2D_y D_x}{H} \left(\frac{1}{p_y s} + \frac{1}{p_x s} \right) \quad (27)$$

Número de vehículos necesarios para operar el servicio durante una hora, M. Como ocurría en el caso de una línea de transporte público, la dimensión de la flota se puede calcular fácilmente por medio de la Ecuación (28), descomponiéndola en su componente horizontal y vertical. No obstante, es necesario estimar la velocidad comercial en cada tipo de línea de transporte.

$$M = M_x + M_y = \frac{2L_x}{H(v_c)_x} + \frac{2L_y}{H(v_c)_y} = \frac{2D_y D_x}{H} \left(\frac{1}{p_x s (v_c)_x} + \frac{1}{p_y s (v_c)_y} \right) \quad (28)$$

La velocidad comercial incluye el tiempo consumido en las paradas y, por lo tanto, es inferior a la velocidad de crucero. Para el cálculo de la velocidad comercial en la red se va a considerar el resultado parcial encontrado en la Ecuación (11) pero se va a añadir el tiempo que un vehículo consume en las paradas para permitir las operaciones de subida y baja de pasaje. Se supone que se conoce el tiempo unitario de subida y bajada de un pasajero en un vehículo de transporte, definido por τ' (h/pax). De este modo, el cálculo de la velocidad comercial en las líneas verticales $(v_c)_y$ y horizontales $(v_c)_x$ se puede estimar por las Ecuaciones (29a) y (29b), como suma del tiempo consumido por kilómetro (ritmo o paso) en: i) la fase de superación de distancia a velocidad de crucero constante, ii) en la fase de desaceleración y aceleración en las paradas, y iii) la fase de subida y bajada de pasaje en las paradas.

$$\frac{1}{(v_c)_x} = \frac{1}{v} + \frac{1}{s} \tau + \gamma_x \tau' \quad (29a)$$

$$\frac{1}{(v_c)_y} = \frac{1}{v} + \frac{1}{s} \tau + \gamma_y \tau' \quad (29b)$$

El sentido físico del parámetro γ_x es el número de pasajeros que suben a un vehículo de transporte a lo largo de un kilómetro en una línea horizontal. Una forma fácil de calcular esta componente es distribuir el número total de personas que acceden a las líneas horizontales por hora, $\frac{\Lambda}{2} [1 + p(1)]$ entre la distancia total recorrida por la flota en las líneas horizontales por hora (V_x , Ecuación 27). El número de personas que suben a las líneas horizontales se considera la mitad de la demanda horaria (la otra mitad subirá a una línea vertical) y también es afectada por el porcentaje de personas que hace una transferencia³, $p(I)$. Esta última variable se calculará en el Ecuación (32). Por lo tanto, $\gamma_x = \frac{\Lambda}{2} [1 + p(1)] / \frac{2D_y D_x}{H} \frac{1}{p_y s}$ y de forma similar, $\gamma_y = \frac{\Lambda}{2} [1 + p(1)] / \frac{2D_y D_x}{H} \frac{1}{p_x s}$.

Tiempo de acceso, A. Esta componente dependerá exclusivamente del espaciamiento de las paradas y de las líneas de transporte (p_x, p_y). En la figura anterior, se han dibujado exclusivamente las paradas de transferencia en la intersección de una línea vertical con la correspondiente horizontal. No obstante, la red mallada puede presentar una flexibilidad muy significativa para generar patrones de paradas que permitan adaptarse a los condicionantes de la ciudad. En la Figura 12 se muestra un patrón general de paradas simples (sin

³ O también denominado probabilidad de transferencias. Por simplicidad y relación, esta variable se va a estimar posteriormente (Ecuación 31) cuando se desarrolle el cálculo para determinar el tiempo de espera medio de un usuario, W .

transferencias) espaciadas una distancia s en la dirección horizontal y vertical, así como las paradas de transferencia, determinadas por el espaciado entre líneas.

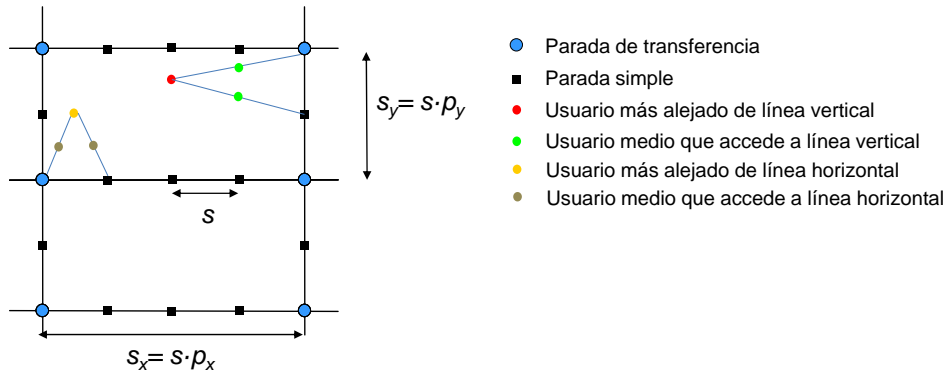


Figura 12. Esquema de los posibles patrones de paradas y efecto sobre la distancia media y máximo de acceso.

En la Figura 12, los puntos rojo y amarillo corresponden a la localización del usuario peor servido para acceder a una línea vertical y horizontal respectivamente. Este usuario es el que presentará una distancia superior para acceder a la parada correspondiente. No obstante, en lugar de trabajar con los usuarios peor servidos pretendemos dar una cuantificación de la distancia media a recorrer por todos los usuarios de la ciudad, es decir, nos interesa encontrar *el usuario medio en la fase de acceso*. Este “usuario medio” sería el que se encontraría en el punto medio del segmento que une el usuario más alejado y la parada a la que quiere acceder. Para el caso de líneas verticales correspondería al punto verde, mientras que para líneas horizontales quedaría identificado por el punto marrón. De este modo, la distancia media a una línea vertical sería $d_V = \frac{s \cdot p_x}{2} + \frac{s}{2}$. La primera componente es la distancia en el eje cartesiano x y la segunda la correspondiente al eje y . Para el caso de la distancia a una línea horizontal, se puede calcular de forma similar, obteniendo $d_H = \frac{s}{2} + \frac{s \cdot p_y}{2}$. De este modo, si suponemos que un usuario accederá con una probabilidad del 50% a una parada para utilizar una línea horizontal y en un 50% una parada vertical, el tiempo medio de acceso vendrá determinado por la Ecuación (30), donde v_w es la velocidad a pie. Este tiempo de acceso también considerará la fase de egreso al final del viaje, en la que se considerará la misma probabilidad de elección de paradas para llegar a su destino, hecho que justifica considerar dos veces la distancia media de acceso.

$$A = 2 \frac{d_H + d_V}{2v_w} = s \left(\frac{2 + p_x + p_y}{2v_w} \right) \quad (30)$$

Tiempo medio de espera en parada, W. Esta variable considera el tiempo total promedio que invierte un usuario en las paradas esperando a la llegada del vehículo de transporte. Como se ha comentado anteriormente, esta red permite cubrir todos los viajes de la ciudad por medio de una transferencia, como máximo. Para calcular W , se analizará el porcentaje de viajes directos que se pueden hacer sin ninguna transferencia y su probabilidad complementaria (una transferencia). Imaginemos que existe un viaje con origen en el punto $O1$ de la Figura 13. El usuario no deberá realizar transferencias si la línea horizontal más próxima al punto origen es también la línea horizontal más próxima a su destino, como sucede con el destino $D1$. En este caso, dado el origen $O1$, cualquier viaje que presente un punto $D1$ de destino dentro del rectángulo horizontal sombreado podrá realizarse sin transferencias. Este rectángulo tiene una dimensión de $D_x \cdot s_y$. No obstante, el usuario tampoco realizará transferencias si su destino fuera servido por la misma línea vertical más cercana al origen $O1$, como sucede con el destino $D1'$. En este caso, cualquier destino $D1'$ que cayera dentro del rectángulo vertical de dimensión $D_y \cdot s_x$ se serviría sin transferencias. De este modo, la probabilidad de realizar cero transferencias es equivalente a la probabilidad de que el destino del viaje esté contenido dentro de los rectángulos sombreados. La dimensión de estos rectángulos es idéntica para cualquier origen, de forma que podemos asegurar que la probabilidad de realizar transferencias en esta red es independiente del punto origen escogido. Asumiendo que los orígenes y destinos de los usuarios están uniformemente distribuidos en la red, se puede garantizar que la probabilidad de no hacer transferencias es equivalente al cociente entre el área efectiva de destinos ($D1$ y $D1'$) definida por los dos rectángulos en color gris y el área total de la ciudad (azul). No obstante, en aras de no duplicar la contribución del área definida por la intersección de los dos rectángulos magenta, esta área se restará del numerador. La probabilidad de realizar

una transferencia se determina fácilmente conociendo que $p(0) + p(1) = 1$. De esta forma, las probabilidades de realizar cero y una transferencia quedan definidas por las ecuaciones (31) y (32).

$$p(0) = \frac{p_x s D_y + p_y s D_x - p_x p_y s^2}{D_x D_y} \tag{31}$$

$$p(1) = 1 - \frac{p_x s D_y + p_y s D_x - p_x p_y s^2}{D_x D_y} \tag{32}$$

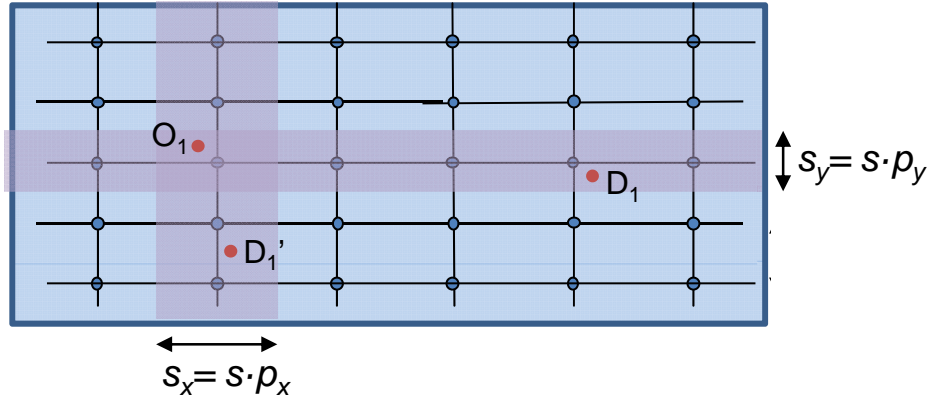


Figura 13. Esquema del área efectiva de localización de los destinos de viaje para no hacer transferencias

Una vez se conoce estas probabilidades, se pasará finalmente a determinar el tiempo total de espera por la siguiente condición $W = p(0) \cdot w(0) + p(1)w(1)$, donde $w(x)$ es el tiempo de espera de aquellos usuarios que hacen x transferencias. El tiempo de espera de los usuarios que no hacen transferencias será $w(0) = H/2$, mientras que el tiempo de espera para los viajes con una transferencia incluirá la espera en la primera parada ($H/2$) y la espera en la parada de transferencia ($H/2$). En este último caso, asumimos que las llegadas de los vehículos de líneas horizontales y verticales no están coordinadas en las paradas de transferencia. De esta forma, el tiempo de espera medio queda definido por la Ecuación (33).

$$W = \frac{p_x s D_y + p_y s D_x - p_x p_y s^2}{D_x D_y} \cdot \frac{H}{2} + \left(1 - \frac{p_x s D_y + p_y s D_x - p_x p_y s^2}{D_x D_y} \right) H \tag{33}$$

Tiempo de viaje dentro del vehículo, IVTT. Una hipótesis básica de la aproximación metodológica es que los orígenes y destinos de los usuarios están uniformemente distribuidos en toda la extensión de la ciudad. Esta hipótesis resulta crucial para el cálculo de IVTT. Se va a calcular la distancia esperada entre el punto origen del desplazamiento O1 y el punto de destino D1 con una distribución uniforme como los que muestra la Figura 14. El cálculo del tiempo de viaje se va a realizar de forma independiente en dos componentes: el tiempo empleado en una línea horizontal ($(d_{IVTT})_x$) y en una línea vertical ($(d_{IVTT})_y$). Se propone analizar la componente $(d_{IVTT})_x$, esquematizada en el pie de la Figura (14), como la proyección vertical de los puntos origen y destino a la línea horizontal de autobús que escoja el usuario para realizar su trayecto. Como se puede ver en la parte superior de la imagen, existen dos opciones de recorrido para ir de O1 a D1, pero ambas presentan las mismas distancias en los ejes x e y . En un primer momento, se va a suponer que el punto O1 está fijado y se va a calcular su distancia al destino D1, $(d_{IVTT})_{x,o}$, bajo esta hipótesis. La distancia esperada entre un punto fijo situado en el extremo de un segmento de longitud w a otro uniformemente distribuido en él, habíamos visto que era igual a $w/2$. No obstante, en el problema en cuestión el punto origen O1 puede estar fijado en cualquier punto del eje x y el punto destino tanto puede localizarse en su lado derecho como izquierdo. La distancia entre los puntos cuando el punto O está ubicado en x_o será $(d_{IVTT})_{x,o} = p(x_D < x_o) d_{x_D < x_o} + p(x_D \geq x_o) d_{x_D \geq x_o}$ donde $p(x_D < x_o)$ es la probabilidad que el punto D1 caiga en el lado izquierdo del origen O1 y $d_{x_D < x_o}$ la distancia entre estos dos puntos cuando $x_D < x_o$. La probabilidad $p(x_D < x_o)$ se puede calcular como la relación entre la longitud efectiva del segmento en el que se puede localizar D1 al lado izquierdo de O1 (x_o/D_x). La distancia $d_{x_D < x_o}$ se calcula como la mitad de la longitud efectiva del segmento en el que se puede localizar D1, $x_o/2$. La probabilidad y distancia correspondiente a la situación que D1 esté ubicado al lado derecho de O se puede estimar de forma similar, obteniendo los siguientes resultados: $p(x_D \geq x_o) = (D_x - x_o)/D_x$ y $d_{x_D \geq x_o} = (D_x - x_o)/2$. Con estos resultados se puede obtener $(d_{IVTT})_{x,o} = \frac{x_o^2}{2D_x} + \frac{(D_x - x_o)^2}{2D_x}$. La distancia esperada en la componente x de los puntos O1 y D1 uniformemente distribuidos se puede estimar por $(d_{IVTT})_x = \frac{1}{D_x} \int_0^{D_x} (d_{IVTT})_{x,o} dx_o = D_x/3$. De forma

similar, la distancia para la componente y se estima por $(d_{IVTT})_y = D_y/3$. Finalmente, el tiempo de viaje dentro del vehículo se puede estimar por medio de la Ecuación (34), donde v_c es la velocidad comercial de los vehículos de transporte público.

$$IVTT = \frac{D_x}{3(v_c)_x} + \frac{D_y}{3(v_c)_y} \quad (34)$$

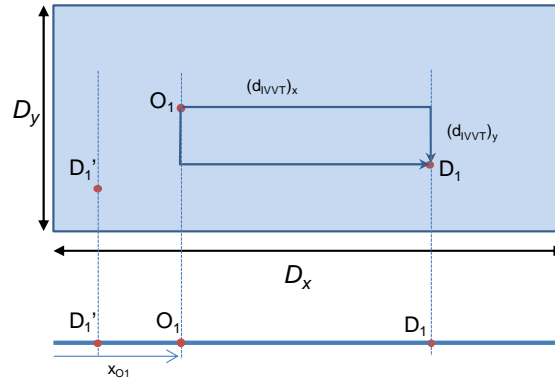


Figura 14. Esquema de la distancia entre dos puntos distribuidos uniformemente en un rectángulo

Tiempo de transferencia, T_{TR} . Por tiempo de transferencia entenderemos el tiempo necesario para realizar el desplazamiento a pie desde la plataforma de la parada de la línea en la que baja el usuario hasta la nueva plataforma de la parada de la línea a la que pretende subir para continuar su viaje. Como se había comentado anteriormente, el tiempo de espera en la parada de intercambio a la llegada del vehículo ya está considerado en la variable W . Se considerará que las paradas de transferencia presentan un diseño de modo que el usuario debe andar una distancia δ . De este modo, el tiempo de transferencia se puede calcular fácilmente por la Ecuación (35), considerando que únicamente una fracción $p(l)$ de todos los usuarios realizarán una transferencia para completar su viaje.

$$T_{TR} = \frac{\delta \cdot p(1) - \delta}{v_w} \left(1 - \frac{p_x s D_y + p_y s D_x - p_x p_y s^2}{D_x D_y} \right) \quad (35)$$

Las variables anteriores permiten evaluar la función objetivo y son dependientes de las variables s , p_x , p_y y H . La resolución del problema definido en la Ecuación (25) también debe considerar que se cumplen las restricciones. El cumplimiento de las restricciones $s, H \geq 0$ y $p_x, p_y \in \mathbb{N}$ se pueden satisfacer fácilmente cuando se considera el dominio de las variables s , p_x , p_y y H para enumerar la función objetivo. No obstante es necesario proveer de una estimación compacta de la ocupación para verificar que se cumple con la restricción de capacidad $O \leq C$. Esta estimación se desarrolla en el siguiente párrafo.

Ocupación de las líneas, O . Se va a considerar una línea vertical como la de la Figura 15, en la que se pretende calcular la sección $y=y'$ que presenta una ocupación máxima del vehículo. Se va a suponer que el 50% de los usuarios van a realizar su viaje accediendo en una línea vertical (aunque posteriormente puedan hacer una transferencia a una línea horizontal). Por lo tanto, el flujo vertical de todos los vehículos que cruzan la sección $y=y'$ en sentido descendente Q_v , en todo el ancho de la ciudad será $Q_v = \frac{\Lambda}{2} (1 + p(1))$, donde $\frac{\Lambda}{2}$ considera el flujo total de pasajeros que suben en la primera parada a una línea vertical, $\frac{1}{2}$ los que hacen un desplazamiento descendente (el otro medio lo hará en sentido ascendente) y el término $(1 + p(1))$ incluye los usuarios que, habiendo subido en primer lugar a una línea horizontal, deben llegar a su destino realizando una transferencia y subir a una línea vertical. El flujo total vertical descendente que cruza la línea roja discontinua de la Figura 15 se debe repartir entre las diversas líneas verticales existentes, para calcular el flujo vertical descendente de una sola línea, $q_{v, sx}$. Este flujo por línea se determina por la relación $q_{v, sx} = Q_v \frac{s_x}{D_x}$, dividiendo el flujo total por el número de líneas verticales. Finalmente, falta determinar la sección $y=y'$ que presenta una máxima ocupación. Un viaje que cruce la sección $y=y'$ la coordenada y de su origen (y_o) debe cumplir $y_o > y'$, mientras que la coordenada y de su destino (y_d) debe satisfacer $y_d < y'$. Como los orígenes y destinos de los usuarios están uniformemente distribuidos a lo largo de D_y , la probabilidad que el origen esté localizado en secciones $y_o > y'$ es equivalente al cociente entre la longitud efectiva donde se cumple la

condición $y_0 > y'$ y la longitud total, es decir $p(y_0 > y') = \frac{D_y - y'}{D_y}$. La probabilidad que el destino presente $y_d < y'$ se calcula de forma similar, obteniendo $(y_D < y') = \frac{y'}{D_y}$. De este modo, la probabilidad condicional que $y_0 > y'$ y $y_d < y'$ se calcula finalmente por $p(y_0 > y' | y_D < y') = \frac{D_y - y'}{D_y} \cdot \frac{y'}{D_y}$. En este punto, queremos identificar la sección y' que presente el máximo valor de esta probabilidad $p(y_0 > y' | y_D < y')$. Si derivamos la ecuación analítica de la probabilidad en función de y' e igualamos a 0, encontramos que la sección y' que presenta un valor máximo es $y' = D_y/2$, como cabría esperar. El valor de la probabilidad máxima es $p\left(y' = \frac{D_y}{2}\right) = 1/4$. De este modo, el valor de la ocupación máxima en una línea vertical O_y se puede estimar por la Ecuación (36a), como el producto de $q_{v,sx}$, por la probabilidad $p\left(y' = \frac{D_y}{2}\right)$ y por el intervalo H . Esta ocupación debe ser inferior o igual a la capacidad. Para las líneas horizontales, el valor de la ocupación se puede calcular de la misma forma, obteniendo la expresión de la Ecuación (36b).

$$O_y = q_{v,sx} \cdot p\left(y' = \frac{D_y}{2}\right) \cdot H = \frac{\Lambda}{4} (1 + p(1)) \frac{s_x}{D_x} \frac{1}{4} H = \frac{\Lambda}{16} (1 + p(1)) \frac{s_x}{D_x} H \leq C \tag{36a}$$

$$O_x = \frac{\Lambda}{16} (1 + p(1)) \frac{s_y}{D_y} H \leq C \tag{36b}$$

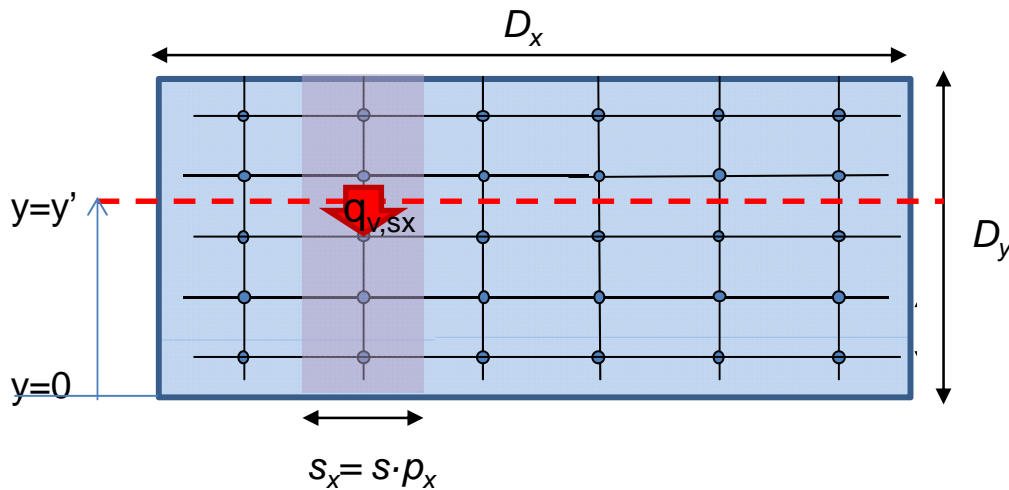


Figura 15. Esquema del flujo de pasajeros en líneas verticales y ocupación vehicular.

4.3. Resolución del problema de minimización del coste global del sistema

El modelo analítico presentado anteriormente permite identificar el diseño óptimo de la red de transporte público a partir de 4 variables de decisión: intervalo de paso, espaciado de paradas y la separación de líneas verticales y horizontales definidas por medio de las variables auxiliares p_x y p_y . Ahora nos encontramos con un modelo de optimización que considera 4 variables, en lugar de 2 como sucedía en el caso de una línea de transporte. Aunque el proceso de cálculo requerirá más tiempo de computación, cabe recordar que las nuevas variables a considerar son variables naturales $p_x, p_y \in \mathbb{N}$. De este modo, se puede seguir utilizando el proceso de optimización basado en una enumeración de la función objetivo en malla, en relación a las variables de decisión. Para el intervalo de paso (H) y la separación de paradas (s) se pueden seguir utilizando los pasos propuestos para una línea de transporte $\Delta_s = 20$ metros y $\Delta_H = 0.5$ minutos. Para el caso de las variables que controlan la separación de líneas es suficiente con enumerar la función objetivo en el dominio discreto $p_x, p_y = 1, 2, 3$. Únicamente se debería proponer valores $p_x, p_y > 3$ cuando nos encontramos en ciudad muy alargadas, con una relación $D_x/D_y > 5$, siendo D_x el lado más alargado.

Se repetirá el proceso iterativo que calcule el coste total del sistema de transporte colectivo $Z(s', H', s_x', s_y')$ de la ecuación (25) en cada iteración definida por los parámetros k_s, k_H, p_x y p_y ; y así identificar la combinación $(k_s^*, k_H^*, p_x^*, p_y^*)$ que garantice $Z(k_s^* \Delta_s, k_H^* \Delta_H, p_x^* s, p_y^* s) \leq Z(k_s \Delta_s, k_H \Delta_H, p_x s, p_y s), \forall k_s, k_H, p_x, p_y$

Caso práctico. Una agencia de transporte pretende implementar una red de autobuses en superficie en una ciudad de forma rectangular de lados $D_x=10$ km y $D_y=5$ km para servir una demanda en hora punta de $\Lambda = 70.000$ pax/h, con los siguientes parámetros de entrada: $v=30$ km/h, $v_w=4$ km/h, $a=0,5m/s^2$, $\beta_T=10$ €/pax-h, $\theta = 0$ euros, $\epsilon_V = 4$ euros/veh-km, $\epsilon_M = 50$ euros/veh-h, $\epsilon_L = 100$ euros/km-h y capacidad vehicular $C=75$ pax/veh, $\tau' = 5$ sec/pax y $\delta=0,1$ km. Adicionalmente, se incluye que el intervalo mínimo de operación es $H_{min} = 3$ minutos, ya que el operador no puede operar por debajo de este intervalo debido a las condiciones de regularidad de la línea. Con la metodología anterior, se han estimado los resultados de la red, que se muestran en la Tabla 2. Las configuraciones con $p_x=3$ o $p_y=3$ no se han detallado, dado que su coste se aleja del patrón de paradas de menor coste.

Tabla 2. Resultados de las propuestas de redes de transporte con $p_x = 1, p_y = 1$; $p_x = 1, p_y = 2$; $p_x = 2, p_y = 1$ y $p_x = 2, p_y = 2$.

px=1		py=1		px=1		py=2		px=2		py=1		px=2		py=2	
px		1		px		1		px		2		px		2	
py		1		py		2		py		1		py		2	
s (km)		0.31		s (km)		0.25		s (km)		0.26		s (km)		0.21	
h(hour)		0.05 (min)	3	h(hour)		0.05 (min)	3	h(hour)		0.05 (min)	3	h(hour)		0.05 (min)	3
Z (€/hour)		453,931		Z (€/hour)		474,278		Z (€/hour)		471,599		Z (€/hour)		481,321	
Cu (Euro/h)		385,672		Cu (Euro/h)		408,306		Cu (Euro/h)		408,388		Cu (Euro/h)		426,279	
Ca (Euro/h)		68,260		Ca (Euro/h)		65,972		Ca (Euro/h)		63,211		Ca (Euro/h)		55,042	
L (km)		322.580645		L (km)		300		L (km)		288.461538		L (km)		238.095238	
V (veh-km)		12903.2258		V (veh-km)		12000		V (veh-km)		11538.4615		V (veh-km)		9523.80952	
M (veh-h)		720.030254		M (veh-h)		719.444444		M (veh-h)		687.294543		M (veh-h)		624.643067	
vxc (km/h)	17.9203939	vcy	17.9	vc (km/h)	15.6238698	vcy	17.3	vc (km/h)	17.4037001	vcy	15.7	vc (km/h)	15.2468026	vcy	15.2
A (h)	0.1550 (min)		9.3	A (h)	0.1563 (min)		9.4	A (h)	0.1625 (min)		9.8	A (h)	0.1575 (min)		9.5
W (h)	0.0477 (min)		2.9	W (h)	0.0469 (min)		2.8	W (h)	0.0475 (min)		2.8	W (h)	0.0469 (min)		2.8
IVTT (h)	0.3255 (min)		19.5	IVTT (h)	0.3582 (min)		21.5	IVTT (h)	0.3510 (min)		21.1	IVTT (h)	0.3826 (min)		23.0
T (h)	0.5282 (min)		31.7	T (h)	0.5614 (min)		33.7	T (h)	0.5609 (min)		33.7	T (h)	0.5870 (min)		35.2
P0		0.09		P0		0.12		P0		0.10		P0		0.12	
P1		0.91		P1		0.88		P1		0.90		P1		0.88	
Ov		25.9		Ov		41.1		Ov		21.6		Ov		34.5	
Oh		12.9		Oh		10.3		Oh		21.6		Oh		17.2	

Se puede comprobar que la estructura que mejor prestaciones y costes ofrece es la definida por $p_x = 1, p_y = 1, H=3$ minutos y un espaciado de paradas de $s=310$ m. Todas las paradas de la red son de transferencia, y las líneas están espaciadas cada 310 metros en ambas direcciones x e y. La velocidad comercial se mantiene en el entorno a los 18 km/h. El coste de la agencia representa únicamente el 15% del coste total, debido a la demanda y a alto valor del tiempo. El servicio se hace al mínimo intervalo posible aunque las ocupaciones de los vehículos son inferiores a 1/3 de la capacidad vehicular. El tiempo de viaje puerta-a-puerta es de 31.7 minutos, altamente influenciado por el tiempo de recorrido dentro del vehículo, y únicamente el 9% de los ciudadanos realizan un desplazamiento sin transferencias.

En el caso que se incrementaran por 4 los costes operacionales e infraestructurales del servicio de transporte, ($\epsilon_V = 16$ euros/veh-km, $\epsilon_M = 200$ euros/veh-h, $\epsilon_L = 400$ euros/km-h) a la vez que se redujera el valor percibido del tiempo de viaje a la mitad ($\beta_T = 5$ €/pax-h) la red óptima sería la definida en la Tabla 3a. Ahora el patrón de paradas óptimo es el $p_x = 2, p_y = 2$, Con un espaciado de paradas $s^*=390$ metros y un intervalo óptimo de $H^*=3$ min. En esta configuración, los pesos de la agencia ya suponen prácticamente el 30% de los costes totales. Se puede ver que el número de corredores ha disminuido notablemente, ya que tanto el espaciado de líneas como el de paradas se ha reducido. Este hecho también ha hecho incrementar el porcentaje de usuarios que hacen viajes directos sin transferencias, así como el tiempo de acceso en relación a la red óptima de la Tabla 2. Con todo, el tiempo medio de viaje se ha perjudicado significativamente, hasta llegar a los 42,7 min. Por otro lado, si se mantienen los parámetros de partida con los que se ha calculado las redes de la Tabla 2 y únicamente se incrementa la velocidad de cruce a $v = 60$ km/h y aceleración $a = 1m/s^2$, se obtendrían los resultados presentados en la Tabla 3b. Se podría reducir los costes de la agencia en unos 9.000 euros/h y mejorar el tiempo puerta-a-puerta de todos los usuarios en 70.000 euros/h, a base de reducir tiempo de acceso (paradas más próximas) y tiempo de recorrido (más velocidad y aceleración). Como se puede comprobar, la velocidad de cruce y aceleración es uno de los parámetros clave en que cualquier mejora afecta positivamente tanto a operador como a usuario.

Tabla 3. Resultados de las propuestas de redes de transporte con otros parámetros de entrada

px=2		py=2	
px		2	
py		2	
s (km)	0,39		
h(hour)	0,05 (min)		3
Z (€/hour)	372.831		
Cu (Euro/h)	255.741		
Ca (Euro/h)	117.090		
L (km)	128,205128		
V (veh-km)	5128,20513		
M (veh-h)	329,038522		
vc (km/h)	15,5854247	vcy	15,6
A (h)	0,2925 (min)		17,6
W (h)	0,0445 (min)		2,7
IVTT (h)	0,3743 (min)		22,5
T (h)	0,7112 (min)		42,7
P0	0,22		
P1	0,78		
Ov	60,7		
Oh	30,3		

px=1		py=1	
px		1	
py		1	
s (km)	0,3		
h(hour)	0,05 (min)		3
Z (€/hour)	374.851		
Cu (Euro/h)	315.257		
Ca (Euro/h)	59.594		
L (km)	333,333333		
V (veh-km)	13333,3333		
M (veh-h)	525,205761		
vcx (km/h)	25,3868756	vcy	25,4
A (h)	0,1500 (min)		9,0
W (h)	0,0478 (min)		2,9
IVTT (h)	0,2298 (min)		13,8
T (h)	0,4276 (min)		25,7
P0	0,09		
P1	0,91		
Ov	25,1		
Oh	12,5		

a) $\epsilon_V = 16$ euros/veh-km, $\epsilon_M = 200$ euros/veh-h, $\epsilon_L = 400$ euros/km-h y $\beta_T = 5$ €/pax-h

b) $v = 60$ km/h y $a = 1$ m/s²

Finalmente, se procede a analizar cómo evolucionará la red para servir un rango de demanda variable de entre 10.000 a 180.000 pax/h. En la Figura 16 se presentan las variables obtenidas del diseño de red, así como los costes totales, de agencia y de usuario. Para demanda $\Lambda \leq 30.000$ pax/h, el diseño óptimo se basa en un patrón de paradas definido por $p_x^* = 2, p_y^* = 2$. Cuando este umbral se rebasa, se pasa al modelo $p_x^* = 1, p_y^* = 1$. A medida que la demanda se incrementa, para un patrón de paradas fijo, el espaciado de paradas (s) se reduce de forma progresiva, incrementando el número de corredores de transporte en la ciudad. No obstante, el intervalo de paso es casi siempre igual al intervalo mínimo $H_{min} = 3$ min, a excepción de situaciones con muy poca demanda. Como se puede ver, en redes de transporte basadas en transferencias, el hecho de proveer servicios muy frecuentes es crucial para garantizar una configuración óptima. Recordar que el intervalo de paso afecta linealmente al tiempo de espera, y de forma negativa al tiempo de viaje dentro del vehículo (al tener los vehículos que estar más tiempo en las paradas para cargar el pasaje). En relación a los costes totales, de agencia y de todos los usuarios, todos ellos presentan un incremento constante aproximadamente.

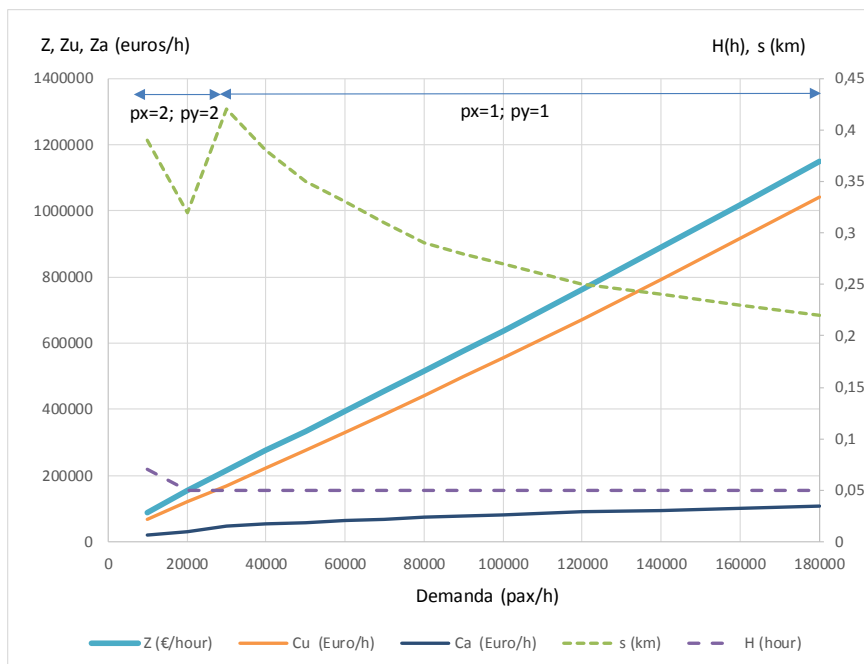


Figura 16. Variables de decisión y costes totales en función de la demanda.

Complementariamente a los datos mostrados en la Figura 16, las variables que aparecen en la función objetivo se dibujan en la Figura 17. Es interesante percatarse que las variables del operador L, V y M se incrementan para poder compensar el aumento de la demanda y dar unas prestaciones más competitivas. Desde la perspectiva del tiempo de usuario, el tiempo de acceso se logra reducir a base de acercar paradas (s), pero la reducción marginal para demandas de usuario altas es mucho menor que para redes poco cargadas. Llega un momento que las paradas no se pueden acercar más sin perjudicar el tiempo de aceleración en la fase de recorrido. El tiempo de espera no varía significativamente, ya que el intervalo siempre es el mínimo que determina la restricción de regularidad ($H_{\min} = 3\text{min}$). Por el contrario, el tiempo de viaje dentro del vehículo presenta un comportamiento creciente en todo el dominio de demanda para un mismo patrón de paradas p_x y p_y . Es lógico pensar que a igualdad de intervalo de paso y de espaciado de paradas, el hecho de incrementar la demanda hará que exista más gente esperando en la parada y que, por tanto, las operaciones de subida y bajada consuman más tiempo. Por ende, los vehículos presentarán una velocidad comercial menor y la variable IVTT se incrementará. No obstante, para contrastar este efecto, el sistema de transporte evolucionará incrementando el número de líneas (reduciendo espaciado de paradas) para hacer que el número de usuarios se distribuya en mayor número de líneas y autobuses.

Es importante visualizar que hasta un umbral de demanda de 80.000 pax/h, el tiempo total de viaje por usuario, suma de acceso, espera, recorrido dentro el vehículo y transferencias, se reduce al incrementar la demanda. No obstante, a partir de este umbral cualquier incremento de demanda causa un empeoramiento del tiempo total de viaje de un usuario. El sistema empieza a estar saturado y no tiene margen de maniobra para combatir este efecto sin perjudicar otras componentes de coste del sistema.

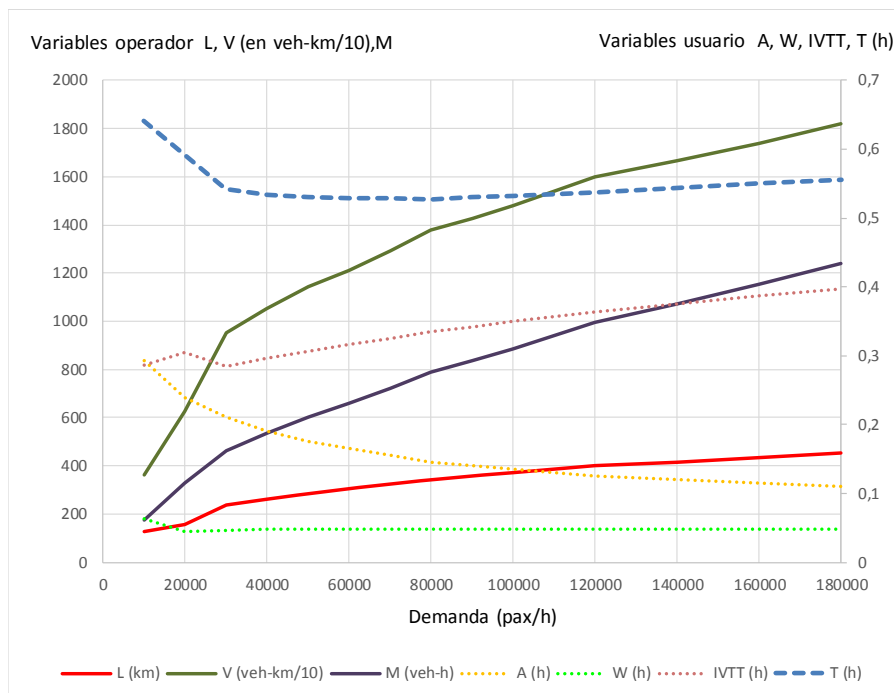


Figura 17. Variables dependientes del operador y tiempo total de viaje, acceso, espera y dentro del vehículo de un usuario.

5. Relación diseño estratégico con la planificación operacional

Finalmente, la Tabla 4 resume los posibles campos de actuación o variables que un planificador puede adoptar con el fin de mejorar el servicio y la estimación de los posibles efectos sobre los usuarios del sistema y sobre el operador. Como se ha visto en el modelo analítico, las variables de decisión intervalo, separación de paradas y separación de líneas afectan de forma opuesta al operador y usuario. Un incremento del intervalo reducirá los costes operacionales, pero incrementará el tiempo de espera del usuario en las paradas. El planificador debe encontrar un punto de equilibrio que balancee correctamente los costes del operador y de los usuarios.

No obstante, el proceso de planificación de una red, debe considerar otro tipo de decisiones a parte de la definición de la cobertura temporal y cobertura espacial. Se puede ver en la Tabla 2 que los aspectos de diseño que afectan positivamente tanto al operador como al usuario son la **velocidad de crucero** y la **regularidad**.

Resulta estratégico para cualquier red de transporte colectivo garantizar unas prestaciones mínimas en velocidad y regularidad.

Tabla 2. Efectos de posibles palancas de maniobra del planificador en el usuario y el operador.

VARIABLES	Efecto Usuario	Efecto Operador
(+) Frecuencia	(-) Tiempo espera	(+) Veh-km flota, (+) costes operativos
(+) Separación líneas	(+) Tiempo acceso	(-) Costes operativos
(+) Separación paradas	(+) Tiempo acceso	(+) Velocidad comercial, (-) costes operativos*
(+) Tamaño Vehículo- UT	(+) Confort	(+) Capacidad, (+) costes inversión, (-) costes operativos
(+) Tamaño red	(-) Tiempo acceso	(+) Costes operativos
(+) Velocidad crucero	(-) Tiempo trayecto	(-) Costes operativos
(+) Regularidad	(-) Tiempo espera, (+) nivel de servicio	(-) costes operativos

La velocidad de crucero se puede mejorar con un conjunto de medidas operacionales que prioricen la circulación de los vehículos de transporte colectivo, especialmente para los medios de transporte colectivo que compartan la infraestructura con otros flujos de tráfico, es decir los autobuses urbanos. En un estudio realizado por el autor en algunas líneas de autobuses de Barcelona, se comprobaba que el autobús estaba parado en más del 50% del tiempo de análisis. En el *Transit and Quality of Service Manual, 3rd edition* (TCQSM) se realiza un buen análisis de estas medidas, tanto de los requisitos como los resultados esperados. Los tranvías y el ferrocarril urbano o sistemas de metro cuentan con una calzada segregada y por lo general, presentan una velocidad de crucero alta. No obstante, también es de interés la aplicación de estas medidas en estos modos. Estas medidas, por lo general, se suelen presentar en la siguiente clasificación:

- **Medidas de reducción del tiempo de recorrido.** Estas medidas se basan en dotar de prioridad de paso (*right of way*) a los vehículos de transporte colectivo por medio de carriles completamente segregados físicamente, carriles segregados por código de circulación (los carriles son accesibles físicamente pero su utilización puede suponer una infracción y multa de tráfico) o carriles reservados temporalmente al transporte colectivo (a lo largo del día, cambia su uso). En el TCQSM se presentan varios ejemplos de cada categoría, así como un manual para calcular la velocidad comercial asociada a cada tipología.
- **Medidas de reducción del tiempo en las paradas o estaciones.** Las medidas físicas se basan en la construcción de varias plataformas de detención en una misma parada para que varios vehículos puedan realizar las operaciones de subida y bajada de forma simultánea y así reducir las posibles colas de espera de vehículos antes de una parada. Se recomienda la lectura de Estrada et al (2011) en el que se estudia el incremento de capacidad en una parada de transporte público por el hecho de disponer plataformas en tándem (en serie). Paralelamente, otra medida posible es la validación de los títulos de transporte en la misma parada, con estaciones cerradas. Este hecho permite que cuando el vehículo llega a la parada, los usuarios únicamente deben subir y ocupar su asiento o lugar en el interior, sin obligar al conductor a esperar a validar los títulos. Un aspecto tecnológico de mejora en este campo es la utilización de smartcards o tarjetas sin contacto, que permiten reducir el tiempo unitario de validación del título en comparación a pago con monedas o pago con tarjetas magnéticas. En el caso del autobús, una medida posible sería la subida y bajada del pasaje por todas las puertas del vehículo, para hacer más ágil el proceso de carga y descarga de pasaje. Esta opción, muy común en sistemas tranviarios, no suele ser aceptada por los operadores de autobuses ya que supone un incremento del fraude (subida sin validar), especialmente en las puertas más alejadas al conductor.
- **Medidas de reducción del tiempo en las intersecciones.** El tráfico en una ciudad se caracteriza por ser un flujo discontinuo, los vehículos no pueden mantener una velocidad constante debido a los

semáforos, elementos de regulación del tráfico para ordenar los movimientos de vehículos en las intersecciones. Una posible mejora es implementar sistemas de gestión de los semáforos para dar prioridad a los vehículos de transporte público. Esta prioridad puede ser activa, en la que los sistemas de regulación del tráfico detecten la presencia en tiempo real de los vehículos y extiendan la fase de verde o trunquen la fase de rojo cuando el vehículo este acercándose a la intersección. Este es el caso del Tranvía de Barcelona desde Zona Universitària a Cornellà. Esta suele ser aplicable cuando la intensidad de tráfico del vehículo privado en la zona no es significativa. Otra opción es la prioridad pasiva, donde los gestores de movilidad de la ciudad, habiendo analizado las trayectorias medias de los vehículos de transporte colectivo a lo largo de un periodo, y la localización de sus paradas, determinen un desfase óptimo entre los semáforos de todo un corredor y habiliten una onda verde que minimice las detenciones. En este caso, el conductor del vehículo debe empezar el recorrido a lo largo del corredor en un tiempo determinado (Estrada et al, 2009). Si se hace en posterioridad, el vehículo no gozará de la onda verde y su velocidad comercial no se beneficiará de la medida de prioridad. Habitualmente, como en el caso del tranvía de Barcelona (tramo Diagonal F. Macià- Zona Universitària), existe un reloj que determina la cuenta atrás para que el próximo vehículo empiece la operación del corredor.

Las consideraciones sobre la regulación del servicio se analizarán en un tema aparte en el capítulo 6.

6. Referencias bibliográficas

Daganzo, C.F. (2010) Structure of competitive transit networks. *Transportation Research Part B*, 44(4), 434–446.

Estrada M., C. Trapote, M. Roca-Riu and F. Robusté (2009). Improving bus travel times with passive traffic signal coordination. *Journal of the Transportation Research Record 2111*, pp 68-75.

Estrada, M., J. Ortigosa y F. Robusté (2012). Tandem Bus Stop Capacity. *Proceedings of the 90th TRB Annual Meeting*, Transportation Research Board

Holroyd, E.M. (1965) The optimum bus service: a theoretical model for a large uniform urban area. In: Edie, L.C., Herman, R., Rothery, R. (Eds.), *Vehicular Traffic Science, Proceedings of the 3rd International Symposium on the Theory of Traffic Flow*. Elsevier, New York.

Kittelson and associates (2013) *Transit Capacity and Quality of Service Manual*. 3a edición. Transportation Research Board

Newell, G.F. (1979) Some issues relating to the optimal design of bus routes. *Transportation Science 13* (1), 20–35.