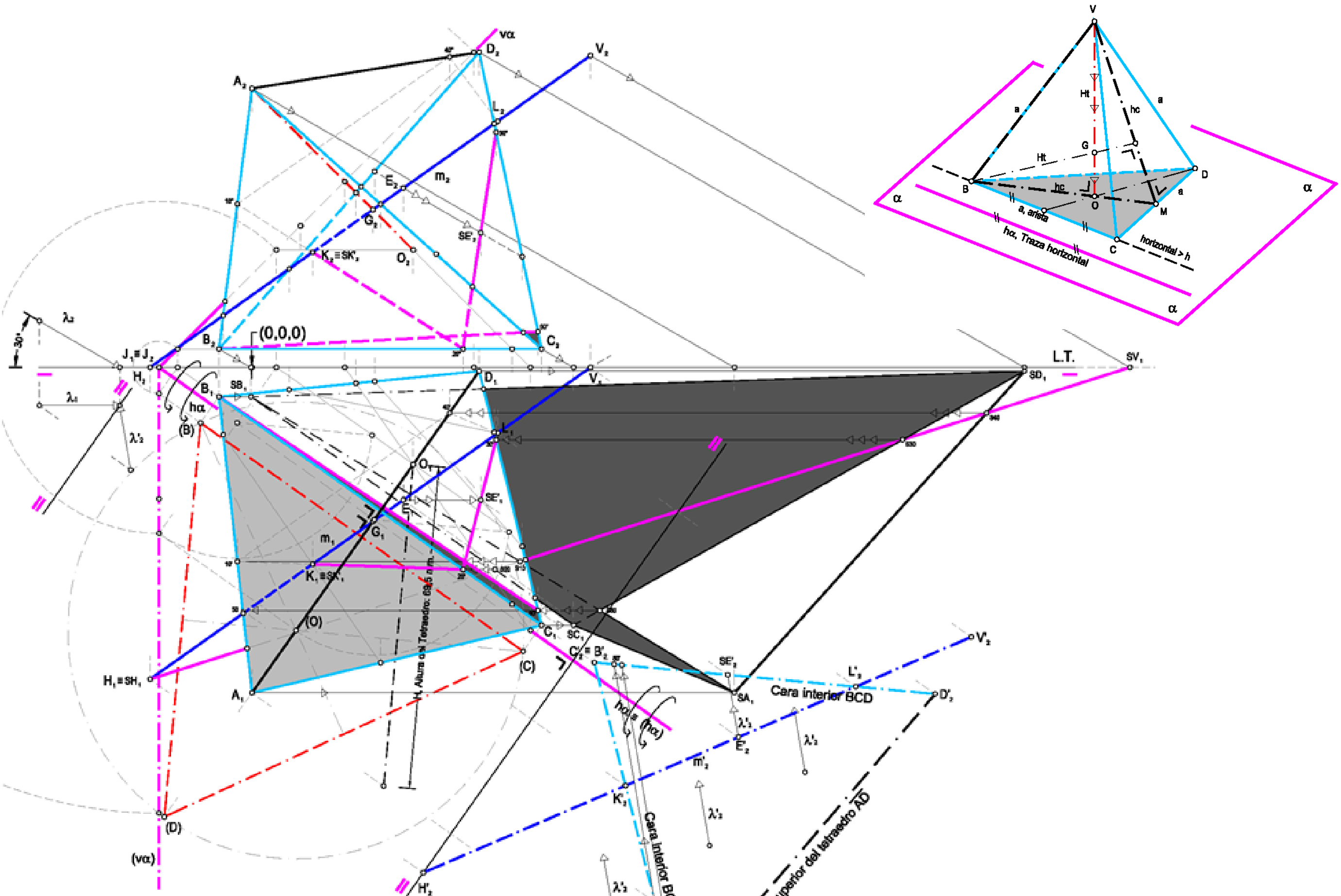
Apunts



Geometría descriptiva. Sistema diédrico II: Poliedros – El Tetraedro

Autoria: Prof. Mario Fernández González

Data: 2010-2025
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports de Barcelona (ETSECCPB)

Assignatura/es: 2500018 Tècniques de Representació

Titulació/ns: Grau en Enginyeria Civil

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

→ 2

Tetraedro regular

2.1. DEFINICIÓN Y DESCRIPCIÓN

Según acabamos de ver, y tal como se muestra en la figura 2.1.1, el tetraedro es un poliedro regular convexo que posee 4 caras, 6 aristas y 4 vértices, con tres caras por vértice y siendo sus caras triángulos equiláteros; el ángulo poliedro es de 180º.

La perpendicular trazada desde un vértice A a la cara opuesta es la altura H del tetraedro y el pie de ésta es el ortocentro, O_1, de la cara BCD. Las tres alturas se cortan en el centro G del tetraedro (Fig. 2.1.2).

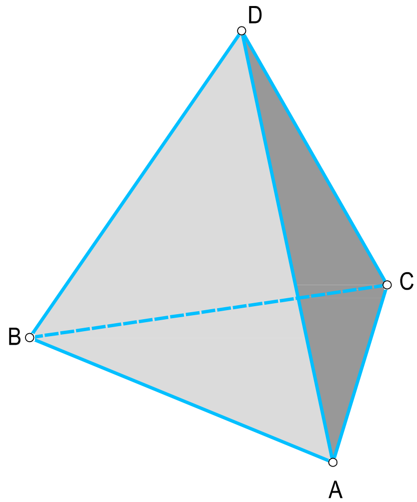


Fig. 2.1.1

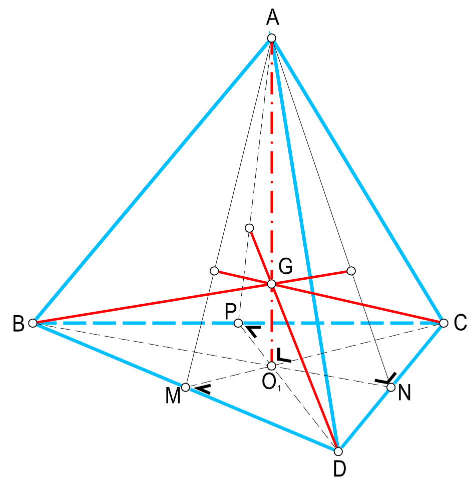


Fig. 2.1.2

2.2. PROPIEDADES

- Las aristas concurrentes en un vértice forman 60˚ entre sí.

- Las aristas no concurrentes se cruzan ortogonalmente en el espacio.

- El centro geométrico del poliedro se encuentra a 1/4 de su altura a partir de la base.

- El poliedro conjugado del tetraedro es él mismo (Fig. 2.2.1).

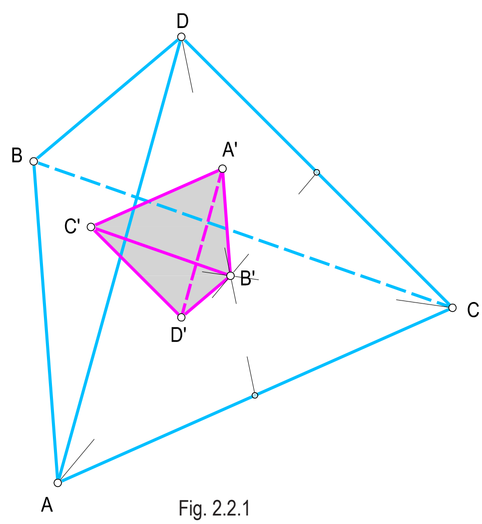


Fig. 2.2.1

2.3. SECCIÓN PRINCIPAL

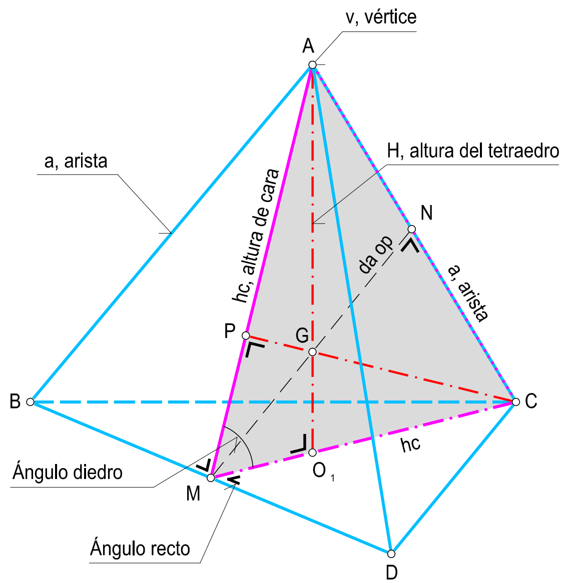


Fig. 2.3.1

La sección principal es la que se obtiene al cortar el tetraedro por un plano que pasa por una arista y el punto medio de la arista opuesta (Fig. 2.3.1), de modo que en un tetraedro hay seis secciones principales (una por cada arista), que son triángulos isósceles, cuyos lados iguales son las alturas de las caras del tetraedro y el lado desigual, la arista del tetraedro.

Es importante conocer de la sección principal, puesto que en ella aparecen (Fig. 2.3.1) las principales magnitudes del tetraedro:

- a: arista del tetraedro (AB)

- h_c: altura de la cara (AM)

- H: altura del tetraedro (AO_1)

- $d_{a\ op}$: distancia entre las aristas opuestas (MN)

- R_C: radio de la esfera circunscrita (GA); son las 3/4 partes de la H

- R_I: radio de la esfera inscrita (GO_1); es una 1/4 parte de la H

- R_{TA}: radio de la esfera tangente a las aristas (GM ≡ GN); 1/2 $d_{a\ op.}$

Las cuatro primeras magnitudes son elementos determinantes del tetraedro que se condicionan mutuamente y solo uno de ellos define el poliedro. La relación existente entre los cuatro elementos determinantes la obtenemos examinando geométricamente la sección principal del tetraedro.

Para construir la sección principal, conocida la arista a del tetraedro, podemos dibujar una cara del mismo, que será un triángulo equilátero de lado a (Fig. 2.3.2). La altura h_c de ese triángulo nos determina la magnitud de los lados iguales del triángulo isósceles de su sección principal; conocida ésta, el resto de las principales magnitudes son inmediatas.

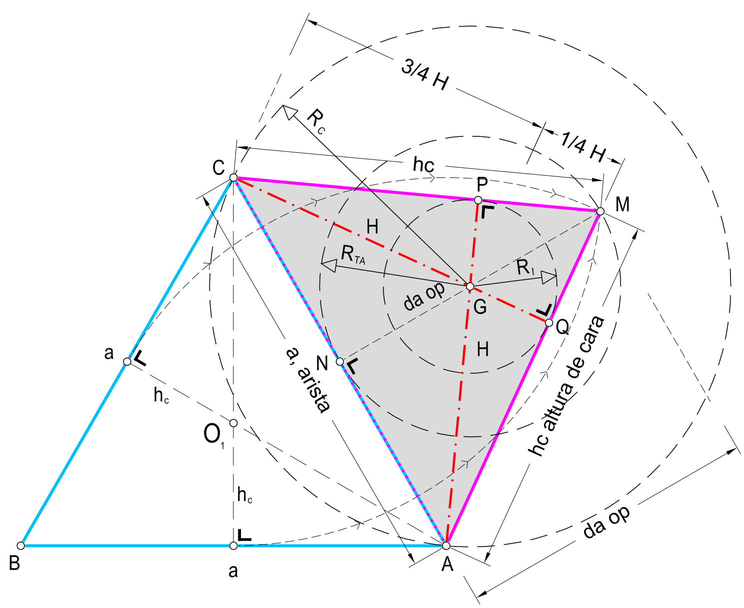


Fig. 2.3.2

Si partiéramos de la altura de una cara h_c (Fig. 2.3.3), al igual que antes, construiríamos un triángulo equilátero de altura h_c sabiendo que uno de sus lados es perpendicular a dicha altura y que los otros dos forman 30˚ con ella. El triángulo obtenido es la cara del tetraedro cuyos elementos determinantes buscamos.

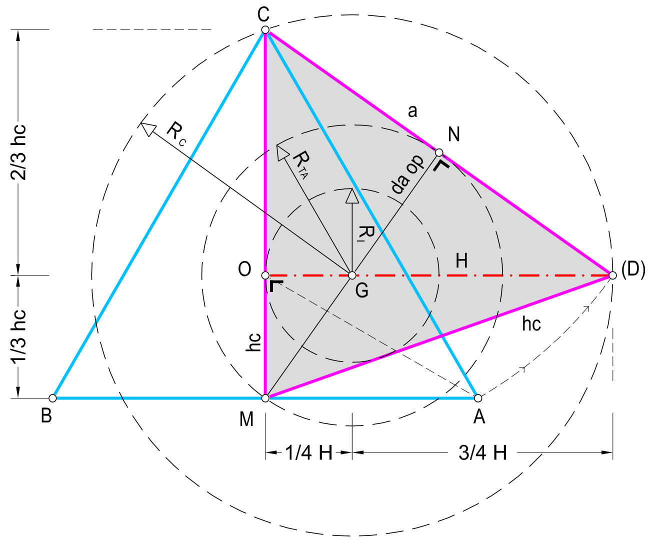


Fig. 2.3.3

Dada la altura del tetraedro H o la mínima distancia entre las aristas opuestas $d_{a\ op}$ para construir la sección principal, partimos de una sección arbitraria de altura H' y mínima distancia entre aristas $d'_{a\ op}$ y, ampliando o reduciendo proporcionalmente según la semejanza de los triángulos, pasamos a una sección principal de altura H y mínima distancia $d_{a\ op}$ (homotecia en la sección principal).

2.3.1. Construcción de una sección principal y su cara a partir de una magnitud conocida (H, altura del tetraedro)

Obtención de la sección principal y la cara del tetraedro, dada su altura VO'.

Paso 1. Construir una cara y su sección principal a partir de una magnitud de arista arbitraria. Dicha sección principal se puede construir de dos formas diferentes: partiendo de la altura de la cara (triángulo M'C'V') o utilizanando la arista del tetraedro (triángulo B'C'M'').

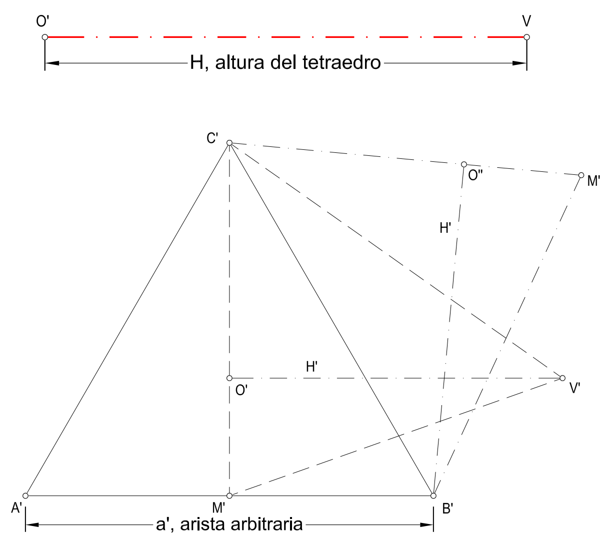


Fig. 2.3.4

A PARTIR DE LA SECCIÓN PRINCIPAL M'C'V'

Paso 2A. Colocar la altura VO' del tetraedro sobre la altura de la sección principal del tetraedro construida en el paso anterior.

Por V, trazar paralelas a los lados de la sección principal dibujada en el paso 1 y prolongar el lado M'C'. El triángulo resultante es la sección principal del tetraedro de altura VO' (homotecia a partir de la altura del tetraedro H).

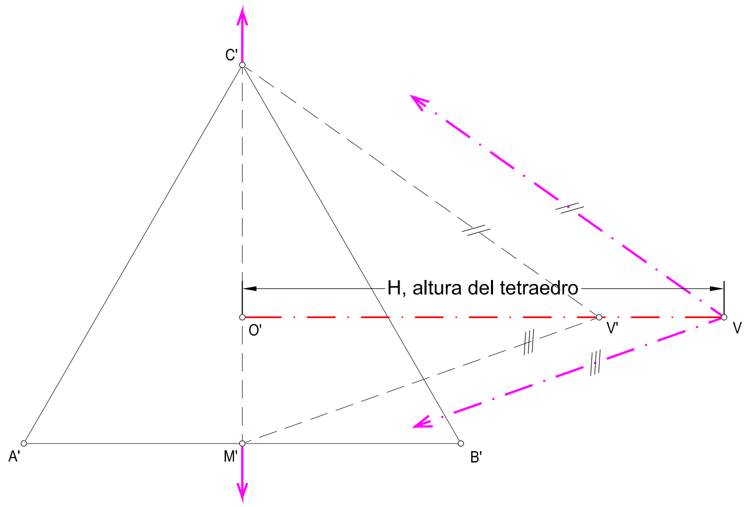


Fig. 2.3.5

Paso 3A. Construir la cara del tetraedro sabiendo que el lado VC de la sección principal es la arista de la figura.

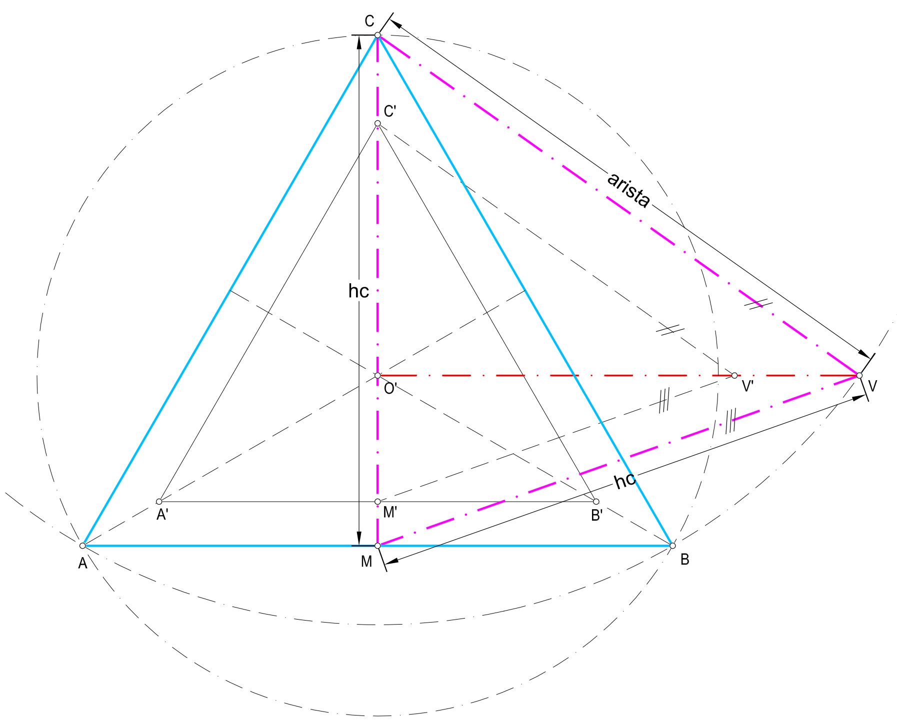


Fig. 2.3.6

A PARTIR DE LA SECCIÓN PRINCIPAL B′C′M′′

Paso 2B. Colocar la altura VO′ del tetraedro sobre la altura de la sección principal B′O′′ construida en el paso anterior.

Prolongar los lados B′C′ y B′M′′ y trazar una paralela a C′M′′ por O. El triángulo resultante es la sección principal del tetraedro de altura VO′ (homotecia a partir de la altura del tetraedro H).

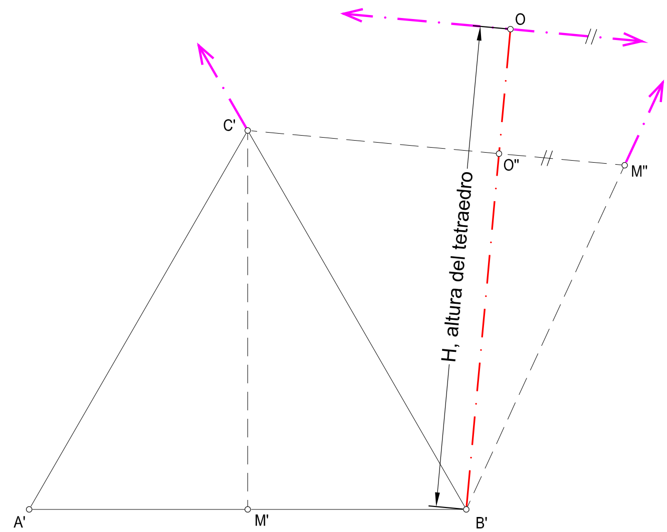


Fig. 2.3.7

Paso 3B. Construir la cara del tetraedro sabiendo que el lado B′C de la sección principal es la arista de la figura.

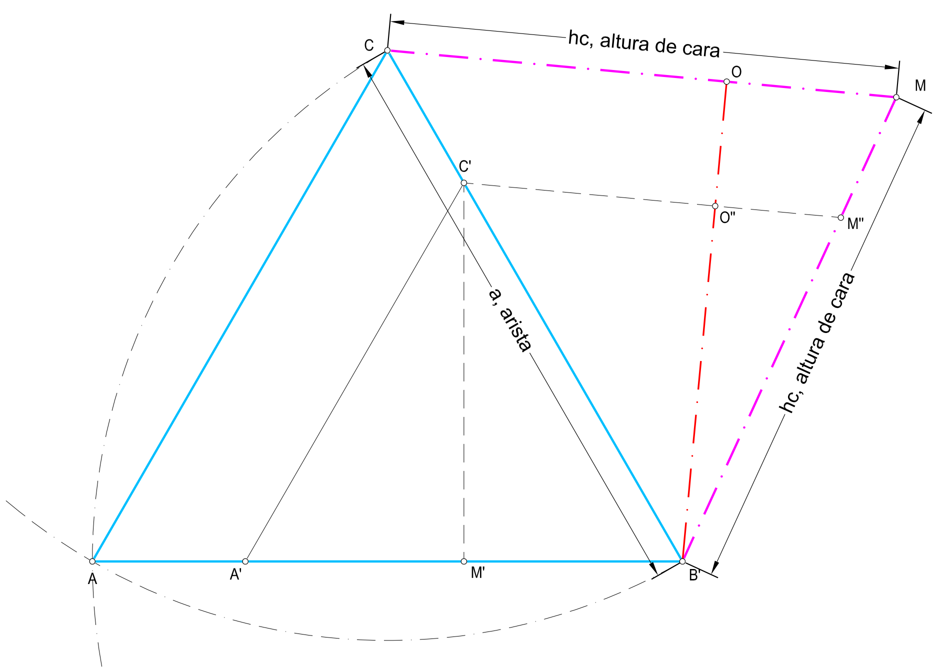


Fig. 2.3.8

2.4. OTRAS SECCIONES PLANAS

Las secciones planas particulares del tetraedro son las producidas por planos paralelos a dos aristas opuestas y las producidas por planos paralelos a las caras.

Las rectas de intersección producidas por planos paralelos a dos aristas opuestas son rectas paralelas a dichas aristas, por lo cual la sección es un paralelogramo que, al ser las aristas opuestas AC y BD perpendiculares, tiene los lados perpendiculares, es decir, un rectángulo (Fig. 2.4.2). Si el plano de sección equidista de las aristas, la sección es un cuadrado de lado la mitad de la arista del tetraedro, 1/2 a (Fig. 2.4.3).

Las secciones producidas por planos paralelos a las caras del tetraedro son triángulos equiláteros (Fig. 2.4.4).

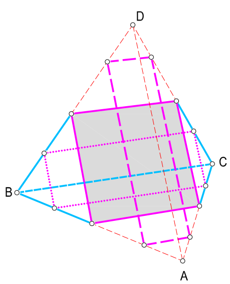


Fig. 2.4.1

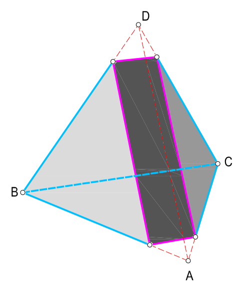


Fig. 2.4.2

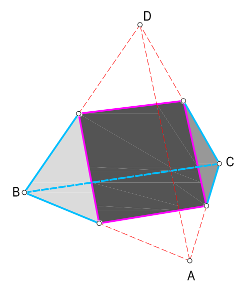


Fig. 2.4.3

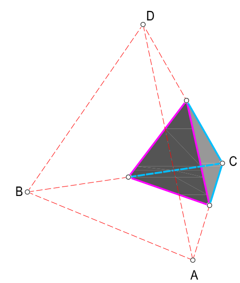


Fig. 2.4.4

2.5. REPRESENTACIÓN DEL TETRAEDRO

2.5.1. Con una cara sobre el plano horizontal

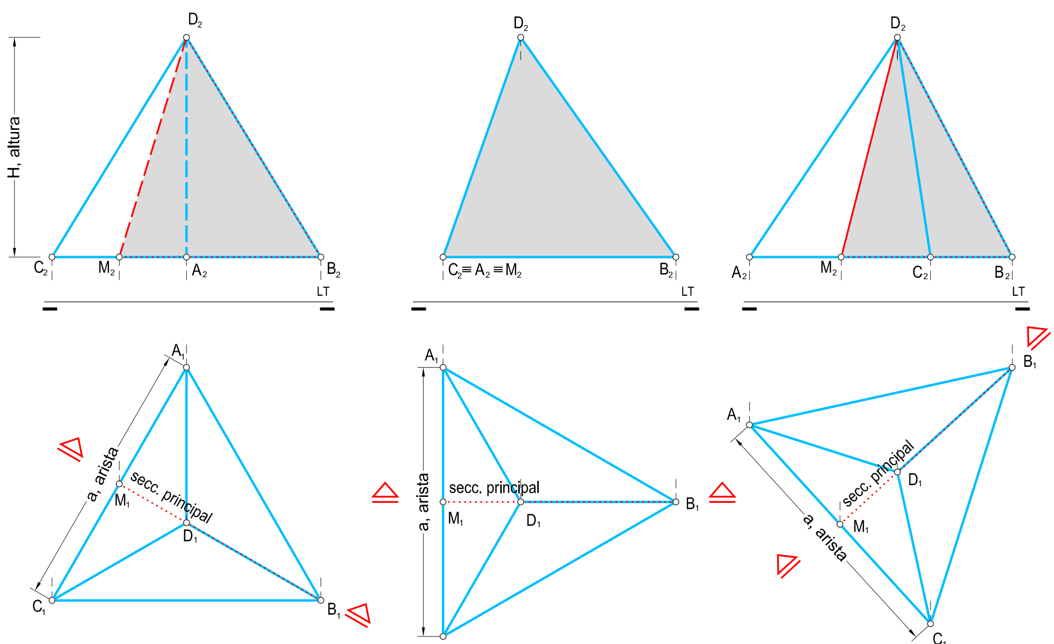


Fig. 2.5.1

En esta posición, la cara ABD se manifiesta en su verdadera magnitud en proyección horizontal, independientemente de su posición relativa respecto a la línea de tierra, (Fig. 2.5.1): un triángulo equilátero de lado a, estando el vértice C en el centro del triángulo y siendo las aristas AC, BC y DC bisectrices de los ángulos del triángulo.

Para obtener la proyección vertical, necesitaremos conocer la altura del tetraedro, magnitud que obtendremos construyendo la sección principal, que como sabemos es un triángulo isósceles de lados $a - h_c - h_c$.

2.5.2. Con dos aristas horizontales (no concurrentes)

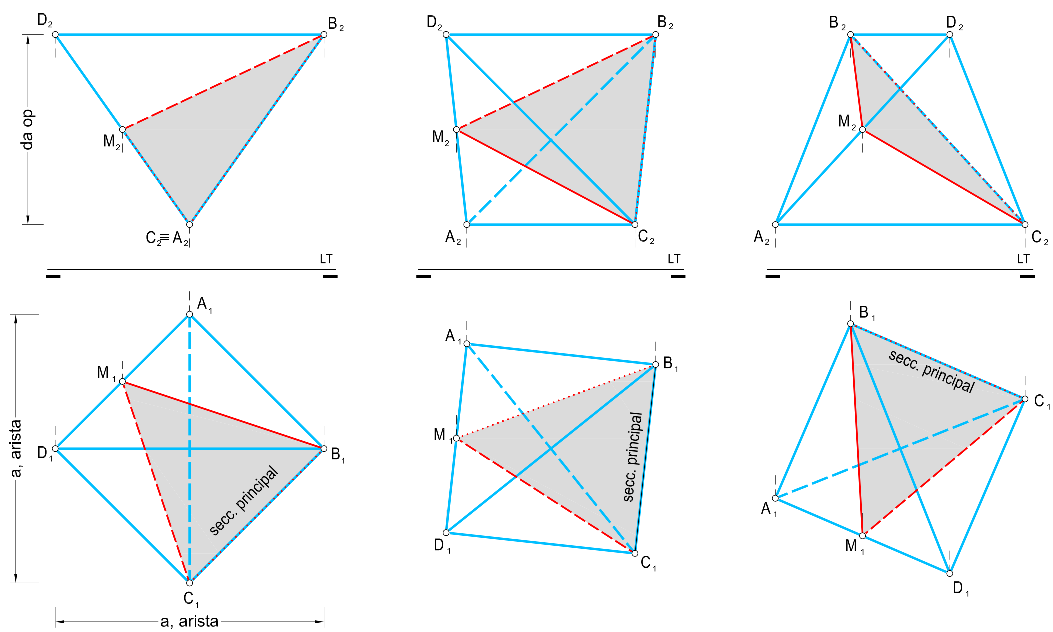


Fig. 2.5.2

Sabemos por la geometría que, si dos rectas son ortogonales, al proyectarlas sobre un plano paralelo a una de ellas sus proyecciones son perpendiculares.

Este es el caso de las aristas DB y AC, que al ser dos aristas opuestas de un tetraedro regular y, por tanto, ortogonales, se proyectarán sobre el plano horizontal, según las rectas perpendiculares y, además, en verdadera magnitud por ser ambas horizontales.

La proyección horizontal del tetraedro será, pues, el cuadrado $A_1B_1C_1D_1$,que tiene por diagonales las aristas DB y AC en verdadera magnitud (Fig. 2.5.2).

Las proyecciones verticales de las dos aristas citadas serán paralelas al plano horizontal, y distarán entre sí la magnitud $d_{a\ op}$, distancia entre las aristas opuestas, que vendrá en verdadera magnitud, al ser una recta vertical que se proyecta horizontalmente, según el punto de corte de las proyecciones horizontales de ambas aristas.

2.5.3. Con una sección principal horizontal

En esta posición, el tetraedro siempre tendrá una de sus aristas perpendicular al plano horizontal (AD) y la otra (BC) siempre horizontal. (Fig. 2.5.3).

La arista AD será una recta vertical que estará en su verdadera magnitud en proyección vertical. La arista opuesta BC será entonces una recta horizontal (por ser ambas ortogonales), por lo cual se proyectará sobre el plano horizontal en verdadera magnitud, distando de la proyección horizontal de AD la magnitud $d_{a\ op}$ (distancia entre las aristas opuestas). La proyección horizontal coincidirá con la sección principal del tetraedro.

En proyección vertical, la arista BC estará situada en un plano horizontal equidistante de los vértices A y D. Uniendo los cuatro vértices, obtendremos las proyecciones del tetraedro.

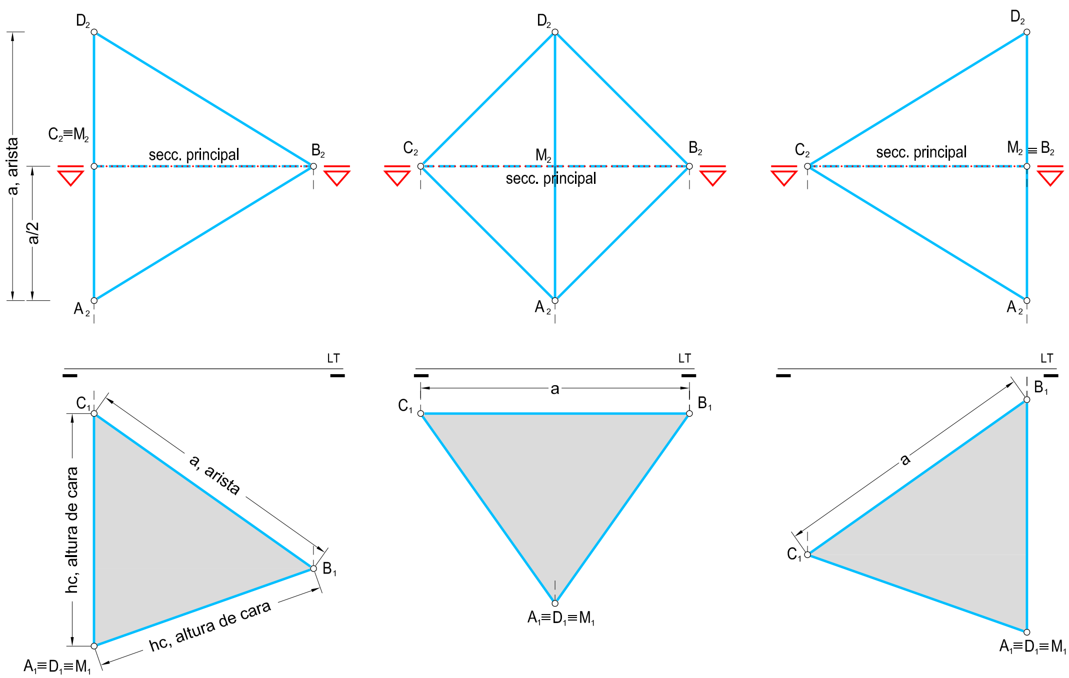


Fig. 2.5.3

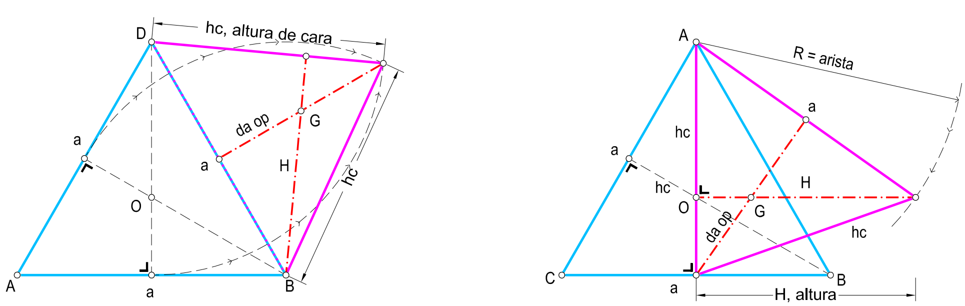


Fig. 2.5 (secciones principales)

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

1.A. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UN VÉRTICE Y DEL CENTRO GEOMÉTRICO

El punto V(-4,4,10) y el punto G(0,4,5) definen un vértice y el centro de gravedad de un tetraedro regular, respectivamente. Dibuja las proyecciones del tetraedro sabiendo que el vértice A se encuentra en el plano horizontal de proyección con el menor alejamiento posible y que todo el tetraedro se encuentra en el primer diedro. Halla la intersección de la figura con el plano α(-2,1,4). Halla la sombra propia y arrojada del tetraedro con luz paralela a 45º bajando de la izquierda sobre los planos de proyección y el plano α.

Solución:

- Hallar la verdadera magnitud de los segmentos VG (3/4 de la altura del tetraedro H_T), donde VO es la prolongacion a partir de G de 1/4 de H_T.

- Construcción de la seccion principal a partir de una homotecia, donde la altura del tetraedro sea igual a la verdadera magnitud del segmento VO hallado previamente.

- Por O (centro de la cara opuesta al vértice V), traza un plano δ perpendicular a VO.

- Dibujar el abatimiento del plano δ y el punto O sobre el plano vertical.

- Hallar los vértices abatidos $(A)_{PV}$, $(B)_{PV}$ y $(C)_{PV}$ teniendo en cuenta que el radio a los vértices es conocido y que A se encuentra en el la traza horizontal abatida y tiene el menor alejamiento posible.

- Realizar el desabatimiento de los vértices y construir el tetraedro ABCV.

- Halla la sombra propia y la sombra arrojada sobre el plano horizontal y sobre el plano α.

- Determina la intersección del tetraedro con el plano α e indica las partes vistas y ocultas.

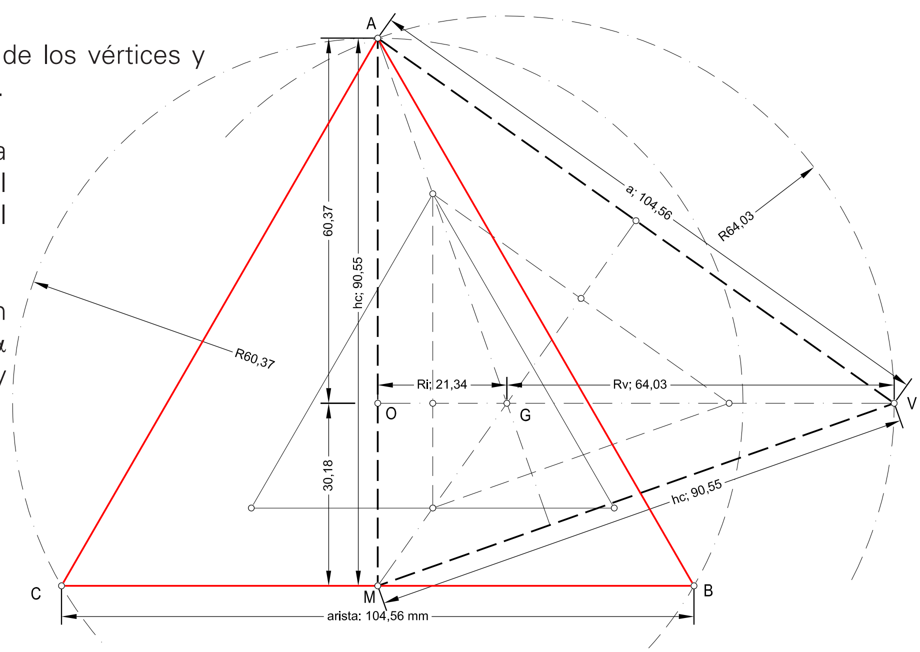


Fig. 2.6.1.A.a

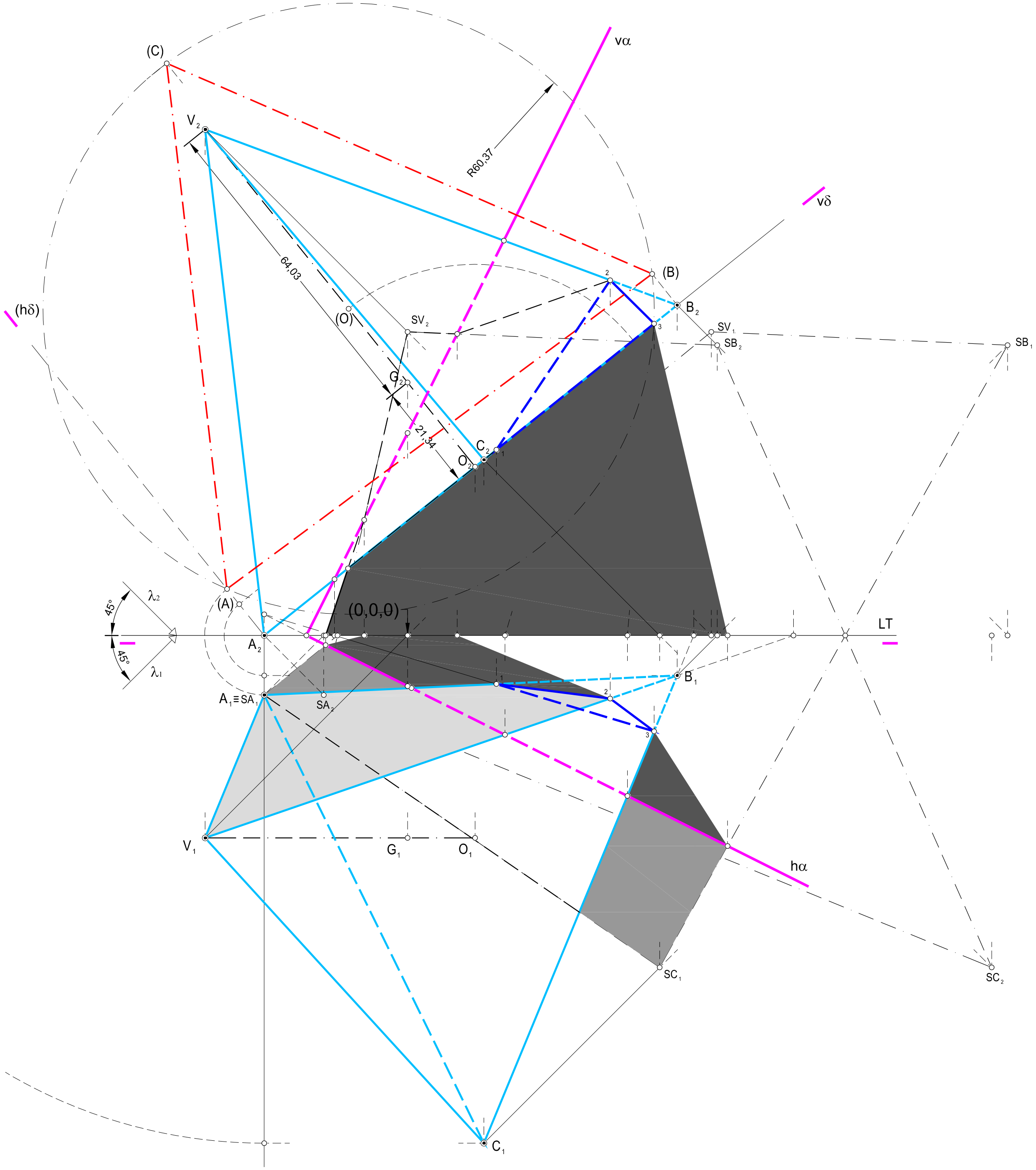

vα
vδ
(hδ)
(C)
V2
R60,37
(B)
B2
SV1
SB2
SB1
SV2
(O)
64,03
G2
21,34
C2
O2
(A)
(0,0,0)
λ2
λ1
45°
45°
LT
A2
B1
A1≡SA1
SA2
V1
G1
O1
hα
SC1
SC2
C1

Fig. 2.6.1.A.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

1.B. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UN VÉRTICE Y DEL CENTRO GEOMÉTRICO

El punto V(-4,4,10) y el punto G(0,4,5) definen un vértice y el centro de gravedad de un tetraedro regular, respectivamente. Dibuja las proyecciones del tetraedro sabiendo que el vértice A se encuentra en el plano horizontal de proyección con el menor alejamiento posible y que todo el tetraedro se encuentra en el primer diedro. Halla la intersección del tetraedro con un plano β paralelo a la L.T. que pasa por el punto G y forma 45° con el P.H. en el primer cuadrante.

Solución:

- Hallar la verdadera magnitud de los segmentos VG (3/4 de la altura del tetraedro H_T), donde VO es la prolongacion a partir de G de 1/4 de H_T.

- Construcción de la seccion principal a partir de una homotecia, donde la altura del tetraedro sea igual a la verdadera magnitud del segmento VO hallado previamente.

- Por O (centro de la cara opuesta al vértice V), traza un plano α perpendicular a VO.

- Dibujar el abatimiento del plano α y el punto O sobre el plano horizontal.

- Hallar los vértices abatidos $(A)_{PH}$, $(B)_{PH}$ y $(C)_{PH}$ teniendo en cuenta que el radio a los vértices es conocido y que A se encuentra en el la traza horizontal y tiene el menor alejamiento posible.

- Realizar el desabatimiento de los vértices y construir el tetraedro ABCV.

- Determinar la intersección del tetraedro con el plano β paralelo a la linea de tierra que pasa por el punto G y forma 45° con P.H. en el primer cuadrante. Utilizar el plano δ para hallar la tercera proyeccion. Indicar las partes vistas y ocultas.

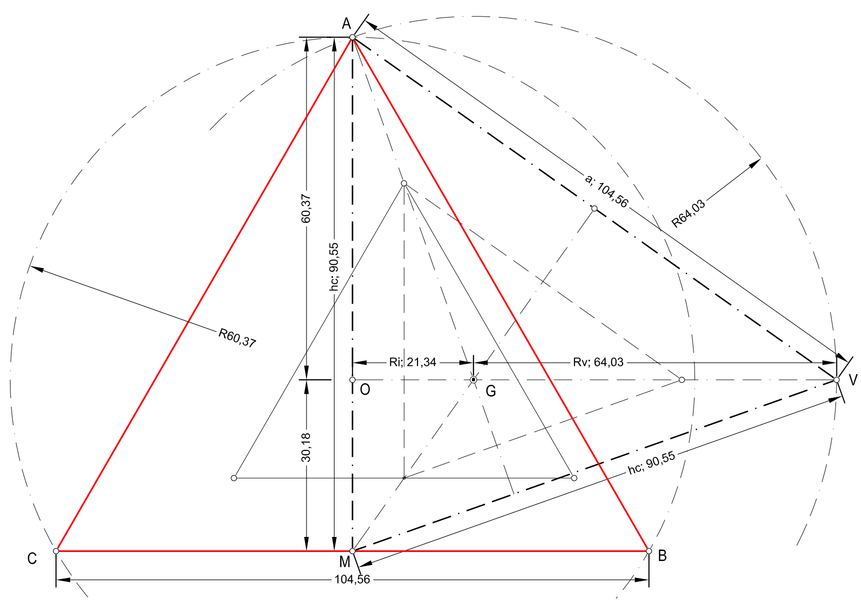


Fig. 2.6.1.B.a

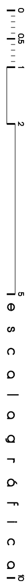
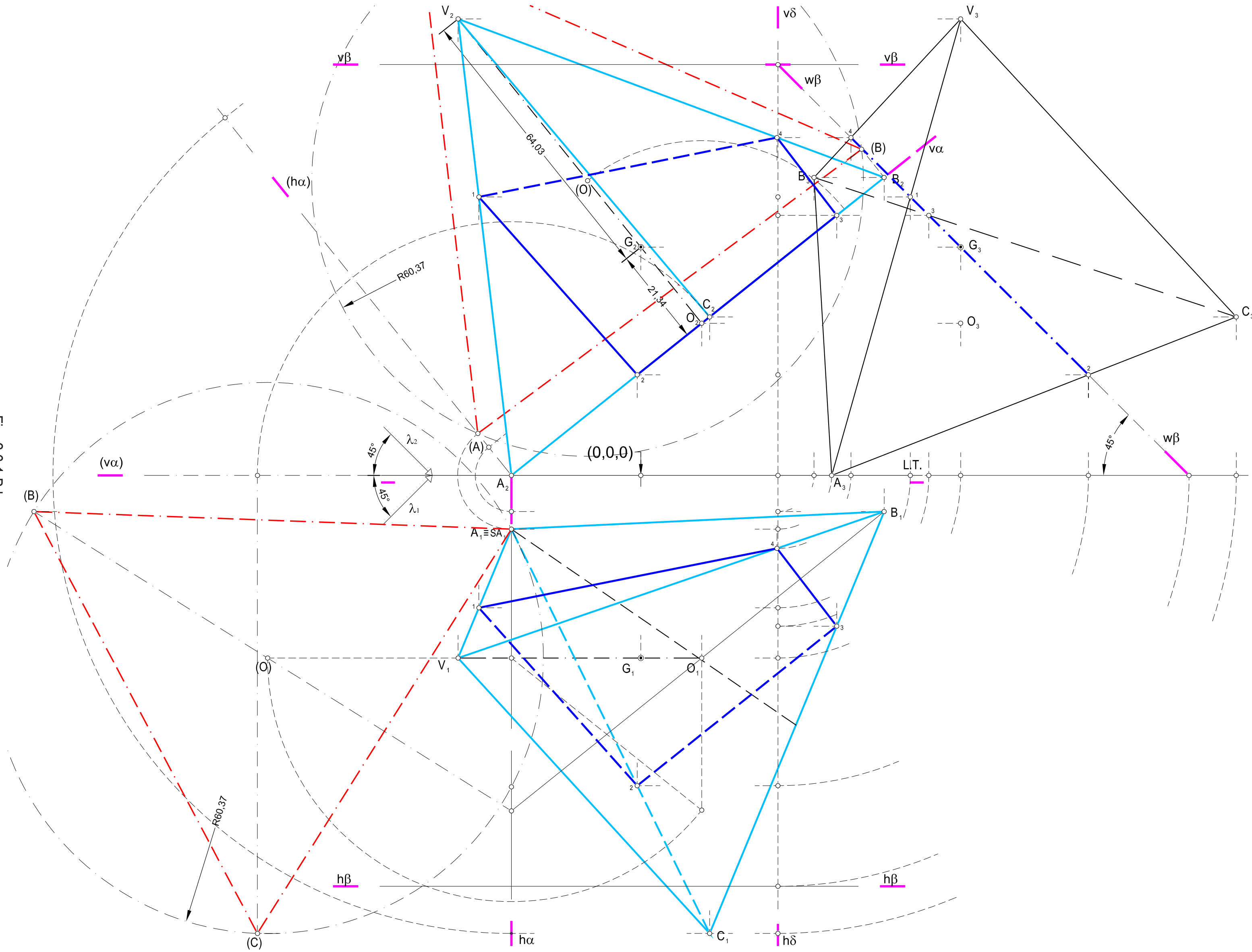

0
0,5
1
2
5
escala gráfica

Fig. 2.6.1.B.b


V2
vβ
vδ
wβ
V3
(hα)
64,03
(O)
(B)
vα
B3
B2
G2
G3
R60,37
21,34
C2
O2
C3
O3
45°
λ2
wβ
(A)
(0,0,0)
(vα)
A2
A3
L.T.
45°
45°
λ1
(B)
B1
A1≡SA
(O)
V1
G1
O1
R60,37
hβ
hβ
(C)
hα
C1
hδ

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

2. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UN VÉRTICE Y UNA CARA

Dibuja las proyecciones diédricas de un tetraedro regular ABCD del cual se conoce el vértice A(2, 9, 7), y tiene la cara BCD opuesta a este vértice en el plano definido por los puntos E(0, 2, 7), F(6, 4, 4), G(-3, 6, 3), H(3, 8, 0).

Se pide:

- Dibuja el tetraedro de tal manera que el lado CD de la cara BCD sea paralelo a la recta GH del plano EFGH y a la menor cota posible.

- Halla la sección producida por un plano proyectante vertical δ, que pasa por el punto O (centro de la cara BCD), que forma 60º con el plano horizontal de proyección y con cotas crecientes hacia la derecha.

- Halla la verdadera magnitud de la sección producida por el plano δ con el tetraedro.

Solución:

- Determina el punto O (centro de la cara opuesta del vértice A) mediante la intersección del plano EFGH con la recta perpendicular al plano desde A.

- Halla la verdadera magnitud del segmento AO.

- Construye la sección principal a partir de la altura del tetraedro (segmento AO) y halla el valor de las aristas y el radio a las aristas (2/3 de la altura de la cara).

- Determina la traza horizontal del plano EFGH y abate los puntos O, G y H sobre el plano horizontal.

- Halla los puntos (C) y (D) sabiendo cuál es el radio a las aristas, que la arista abatida (CD) es paralela a la recta abatida (GH) y que el lado CD tiene la menor cota posible.

- Halla (B), desabate los vértices y construye el tetraedro.

- Construye el plano de canto δ y determina los puntos de intersección con el tetraedro.

- Abate el plano δ, los puntos y las rectas de intersección sobre el plano horizontal para encontrar la verdadera magnitud de la sección producida por la intersección.

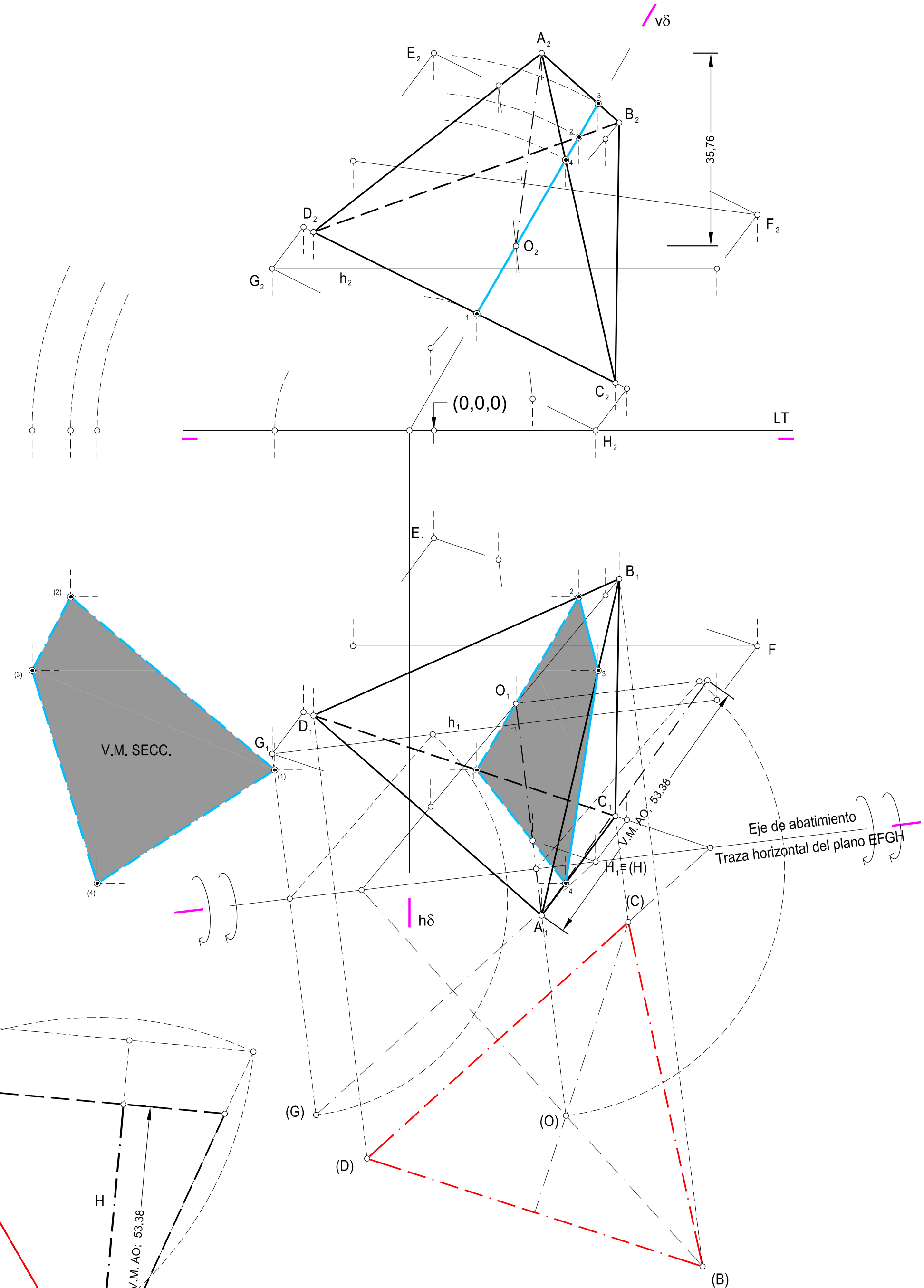


Fig. 2.6.2.b

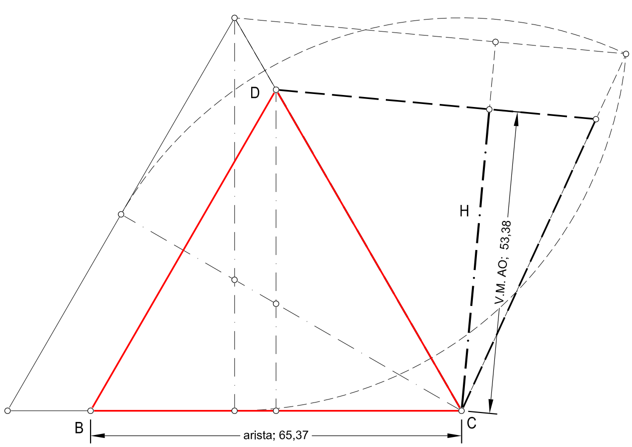


Fig. 2.6.2.a

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

3. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA Y UN PUNTO MEDIO DE LA OPUESTA

De un tetraedro regular, se conoce que la arista BC es paralela al primer bisector y al plano α(-3,3,-3), que su punto medio es el punto A(0,5,3) y que el vértice C está situado en el plano horizontal de proyección. De los otros dos vértices, el D pertenece a la recta MN, M(0,10,Z), N(-8,0,Y), y al primer diedro ,y el vértice E es el de más cota de los cuatro.

Dibuja las proyecciones del tetraedro y halla la sombra propia y arrojada de este sobre los planos de proyección con luz paralela a 45º bajando por la izquierda.

Solución;

- Halla la intersección entre el plano α y el primer bisector → Recta r perpendicular a la línea de tierra.

- Traza una recta paralela a r por el punto A y determina el punto C (intersección de la recta que pasa por A con el plano horizontal) mediante la ayuda de un plano de perfil → Arista BC.

- Construye un plano β perpendicular a la arista BC que pase por el punto A.

- Abate el plano β, el punto A y la traza vertical del plano β sobre el plano horizontal.

- Determina la sección principal a partir del valor de las aristas.

- Coloca la sección principal en el abatimiento del plano β sobre el plano horizontal.

- Halla la recta (MN) abatida.

- Determina los puntos abatidos (D) y (E) sobre el plano horizontal, conocido el valor de la altura de las caras del tetraedro, en que D pertenece a la recta MN y E es el vértice de más cota.

- Desabate y construye el tetraedro.

- Halla las sombras propias y arrojadas sobre los planos de proyección.

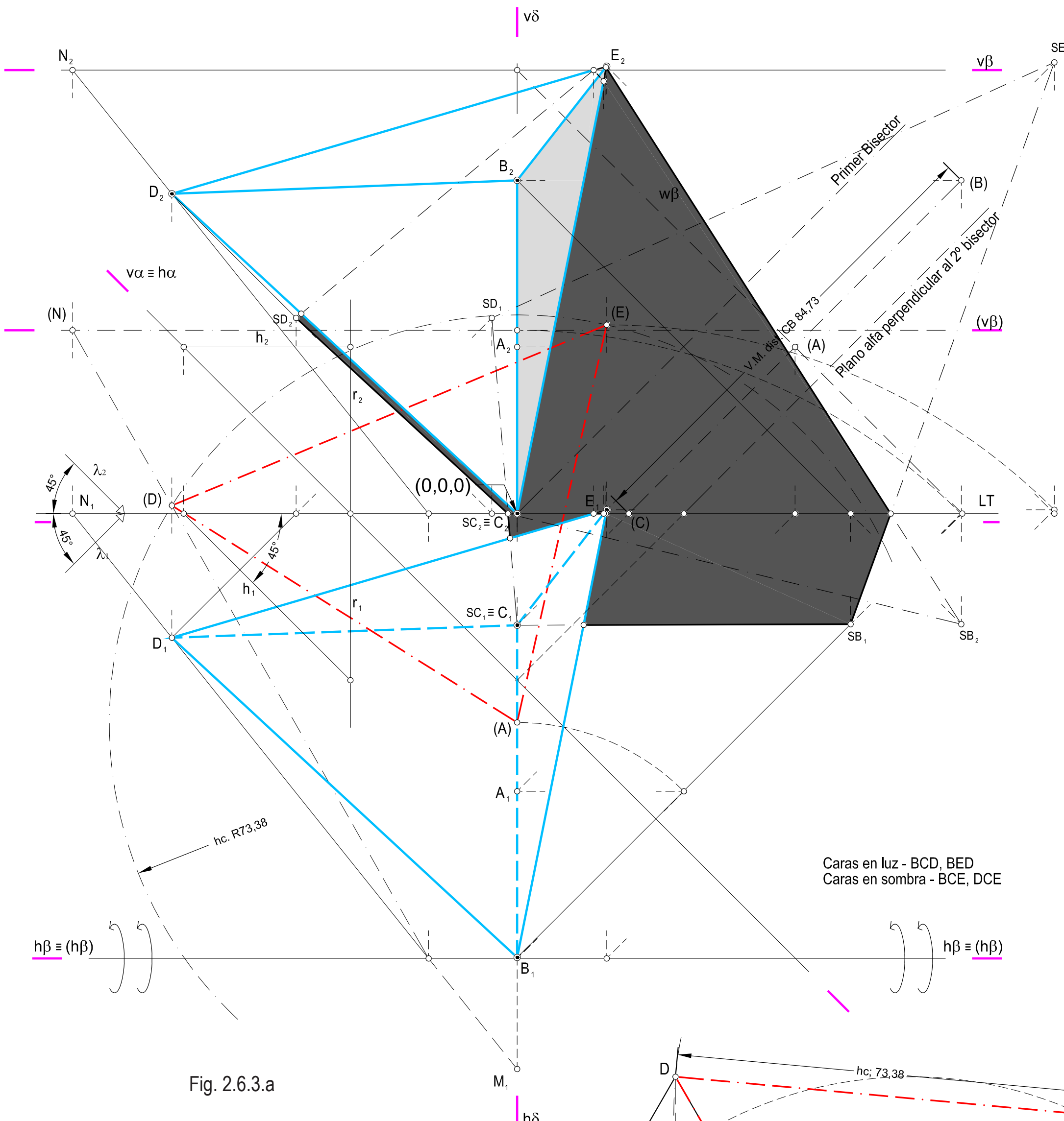


Fig. 2.6.3.a

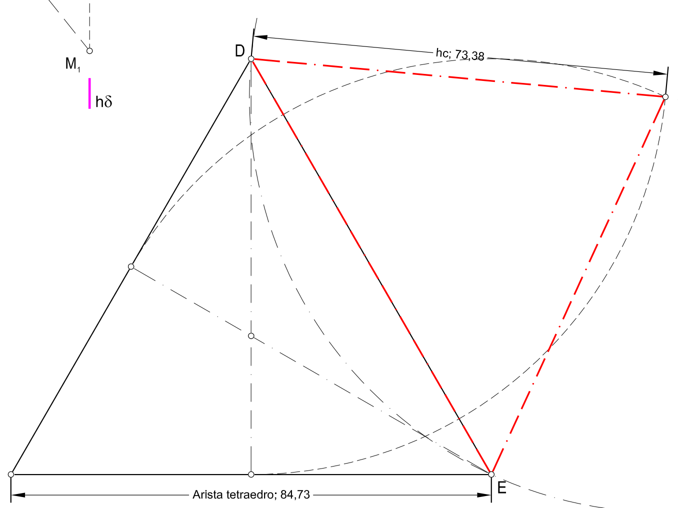


Fig. 2.6.3.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

4. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA Y DE UN VÉRTICE

Los puntos A (-2,1,1) y B (-2,6,7) definen la arista AB de un tetraedro regular. Sabiendo que el vértice C tiene 4 m de alejamiento y está situado a la derecha de AB, y que el vértice D está lo más cerca posible del plano horizontal. Se pide:

- Dibuja las proyecciones del tetraedro y halla la intersección de este con el primer bisector.

- Supuestas las dos caras ABD-ACD del tetraedro, halla las sombras propia, arrojada y autoarrojada, sobre sí mismas y sobre los planos de proyección.

Solución:

- Construye de un plano β perpendicular al segmento AB que pase por el punto medio (punto M) de AB.

- Halla la tercera proyección de los puntos A, B y M → Verdadera magnitud de la arista AB y construcción de una cara y su sección principal.

- Construye una recta horizontal h (h_1, h_2) contenida en el plano β con alejaniento 4 m.

- Halla el abatimiento del plano β y el punto M sobre el plano horizontal.

- Construye la sección principal abatida a partir del punto (M) situando el punto (C) abatido con un alejamiento de 4 m situado en (h). Determinar el punto (D).

- Hallar el desabatimiento de C y D y construye el tetraedro.

- Halla las sombras propia, arrojada y autoarrojada.

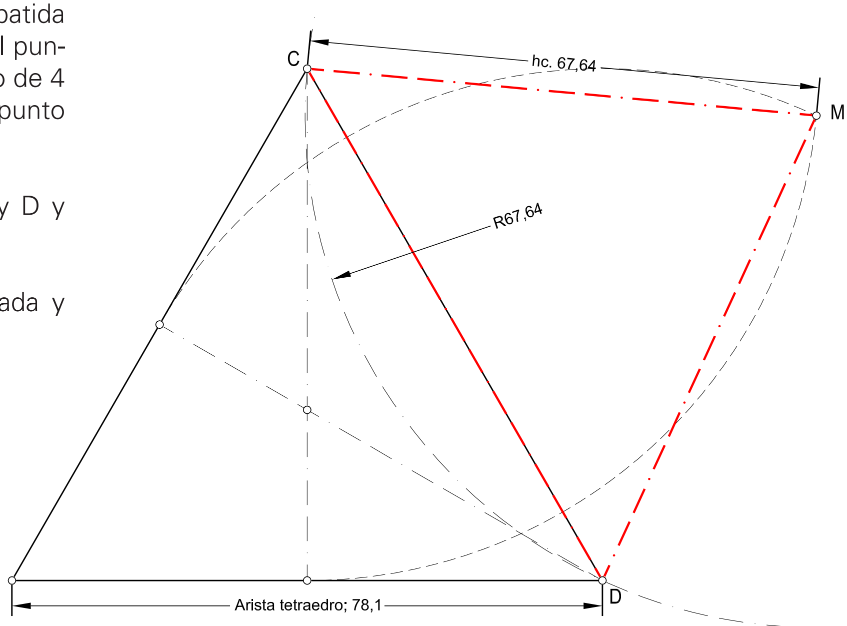


Fig. 2.6.4.a

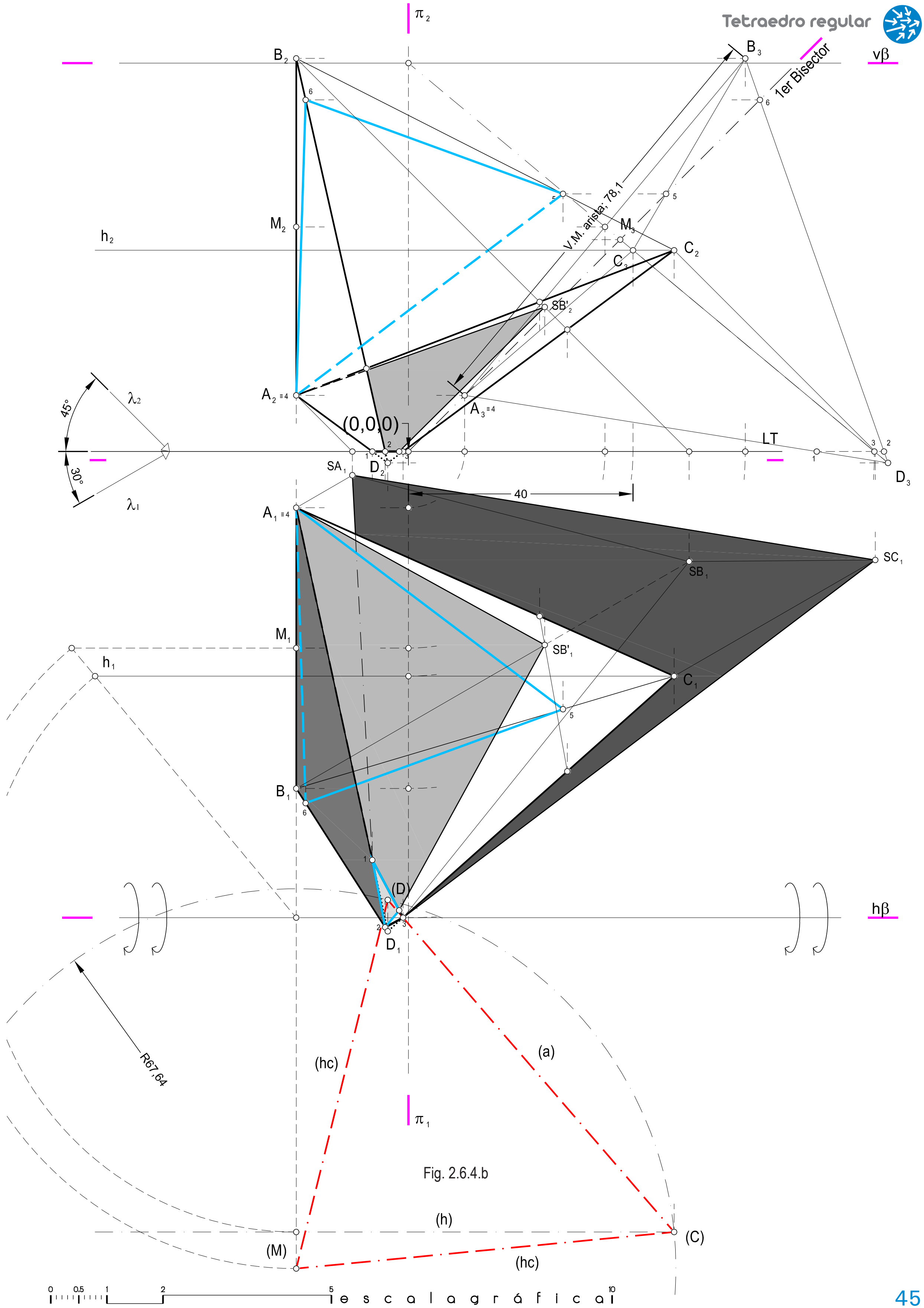

π 2
B 2
B 3
1er Bisector
vβ
V.M. arista: 78,1
M 2
M 3
h 2
C 2
C 3
SB' 2
λ2
45°
A 2 ≡4
A 3 ≡4
(0,0,0)
LT
SA 1
D 2
D 3
30°
λ1
40
A 1 ≡4
SC 1
SB 1
M 1
SB' 1
h 1
C 1
B 1
(D)
hβ
D 1
R67,64
(hc)
(a)
π 1
(h)
(C)
(M)
escala gráfica

Fig. 2.6.4.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

5. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA Y DE UN VÉRTICE

Los puntos A(6,3,0.5) y B(0,9,3.5) son dos vértices contiguos de un tetraedro regular. El vértice C de la cara ABC está situado en un plano paralelo al primer bisector y cuya traza horizontal tiene un alejamiento de 4 cm. Además, se sabe que el vértice C es el de menor cota y que el vértice D tiene la mayor cota posible. Halla las proyecciones del tetraedro con partes vistas y ocultas, considerando:

- Las dos caras BCA y BCD como opacas, y las dos caras restantes DAB y DAC como transparentes y con estructura alámbrica en sus lados.

Halla las sombras propia, arrojada y autoarrojada del cuerpo sobre sí mismo y sobre los planos de proyección a partir de la dirección de la luz dibujada en la línea de tierra.

Solución:

- Construye un plano α perpendicular al segmento AB por el punto medio M.

- Construye un plano β paralelo al primer bisector y cuya traza horizontal tiene un alejamiento de 4 cm.

- Halla la recta r intersección de ambos planos.

- Determina la sección principal del tetraedro a partir de la verdadera magnitud de la arista AB.

- Realiza el abatimiento del plano α que contiene M y r, y coloca de la sección principal en dicho abatimiento.

- Realiza el desabatimiento de la sección principal a través de la cual se hallan los vértices C y D, y construye el tetraedro.

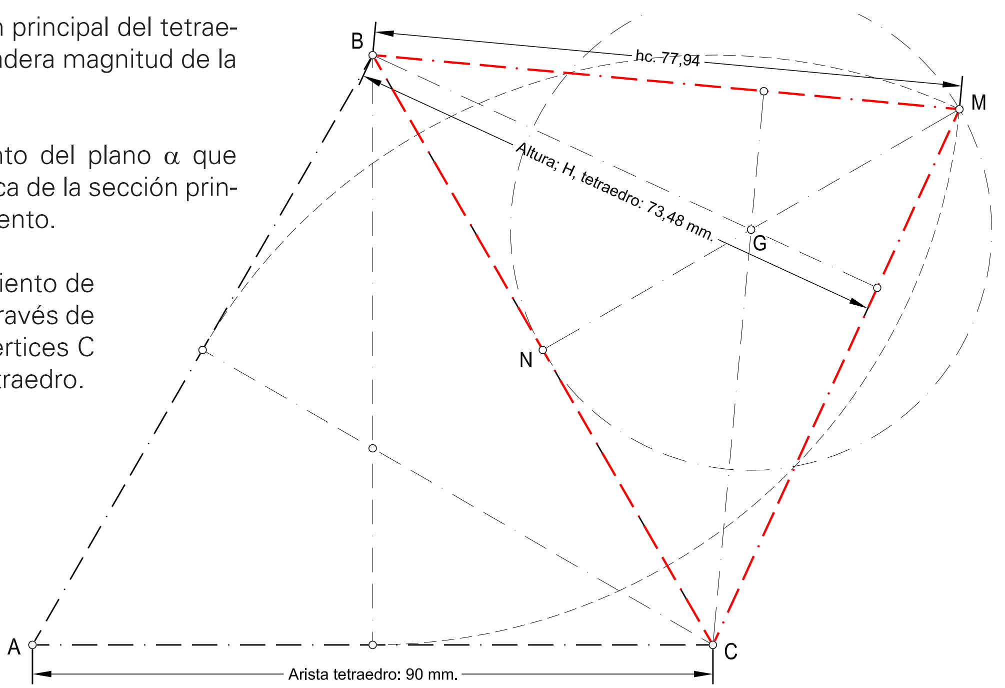
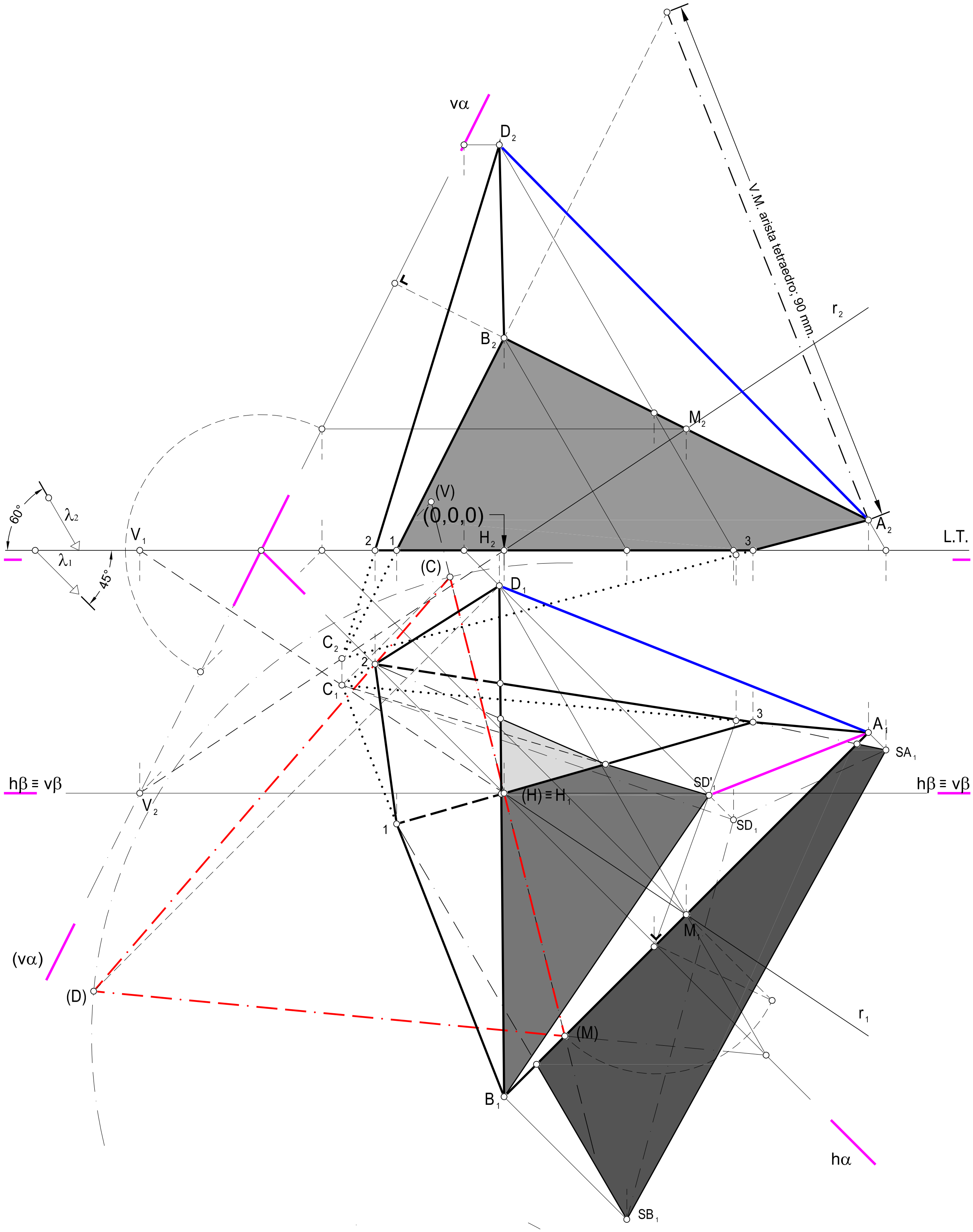


Fig. 2.6.5.a



vα
D2
V.M. arista tetraedro; 90 mm.
r2
B2
M2
(V)
(0,0,0)
H2
A2
L.T.
60°
λ2
λ1
45°
V1
2
1
3
(C)
D1
C2
C1
A1
SA1
hβ ≡ vβ
V2
SD'1
(H) ≡ H1
SD1
hβ ≡ vβ
M1
(vα)
(D)
r1
(M)
B1
hα
SB1

Fig. 2.6.5.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

6. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UN VÉRTICE Y UNA CARA APOYADA EN UN PLANO

El punto V(0, 7, 6) es el vértice de un tetraedro regular cuya base está en un plano que forma 60º con el plano horizontal y 45º con el vertical, vértice a la izquierda y trazas en el primer cuadrante, y que pasa por el punto A(-2, 0, 0).

- Dibuja las proyecciones del tetraedro regular sabiendo que la arista más alta de la base del tetraedro es horizontal.

- Halla las sombras propia y arrojada del tetraedro sobre los planos de proyección con luz paralela a 45º bajando por la derecha. Considerando la cara superior (con mayor cota) del tetraedro como transparente, halla la sombra autoarrojada de este.

Solución:

- Construye el plano α que forma 60º con el plano horizontal y 45º con el vertical, vértice a la izquierda y trazas en el primer cuadrante, y que pasa por el punto A.

- Determina el punto O (centro de la cara opuesta del vértice V) mediante la intersección del plano α con la recta perpendicular al plano desde V.

- Halla la verdadera magnitud del segmento VO.

- Construye la sección principal a partir de la altura del tetraedro (segmento VO) y halla el valor de las aristas y el radio a las aristas (2/3 de la altura de la cara).

- Realiza el abatimiento del plano α y el punto O sobre el plano horizontal.

- Halla los puntos (B) y (D) sabiendo cuál es el radio con respecto a las aristas y que la arista más alta es horizontal y, por tanto, los puntos se encuentran en una paralela a la traza horizontal del plano α.

- Halla (C), desabate los vértices y construye el tetraedro.

- Halla las sombras propia, arrojada y autoarrojada.

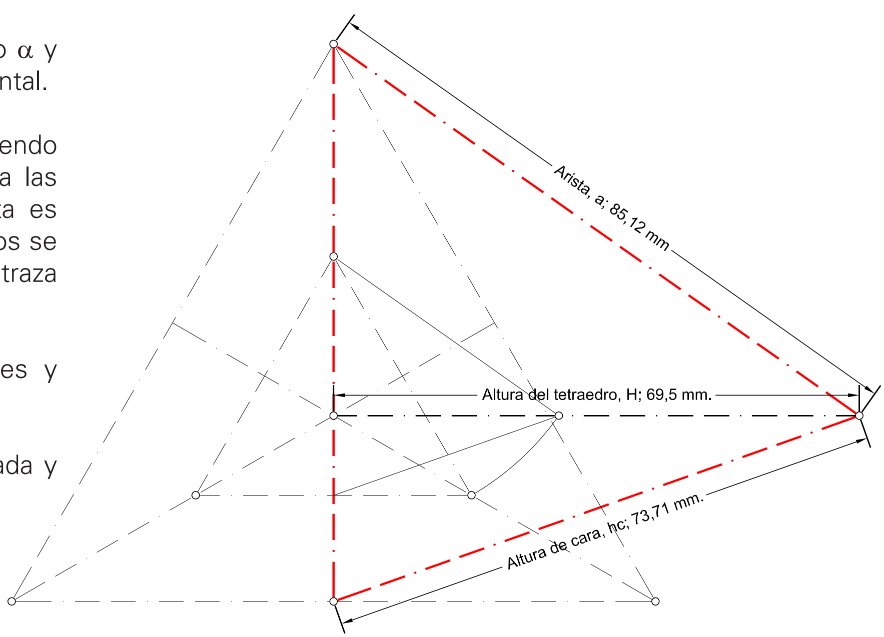


Fig. 2.6.6.a

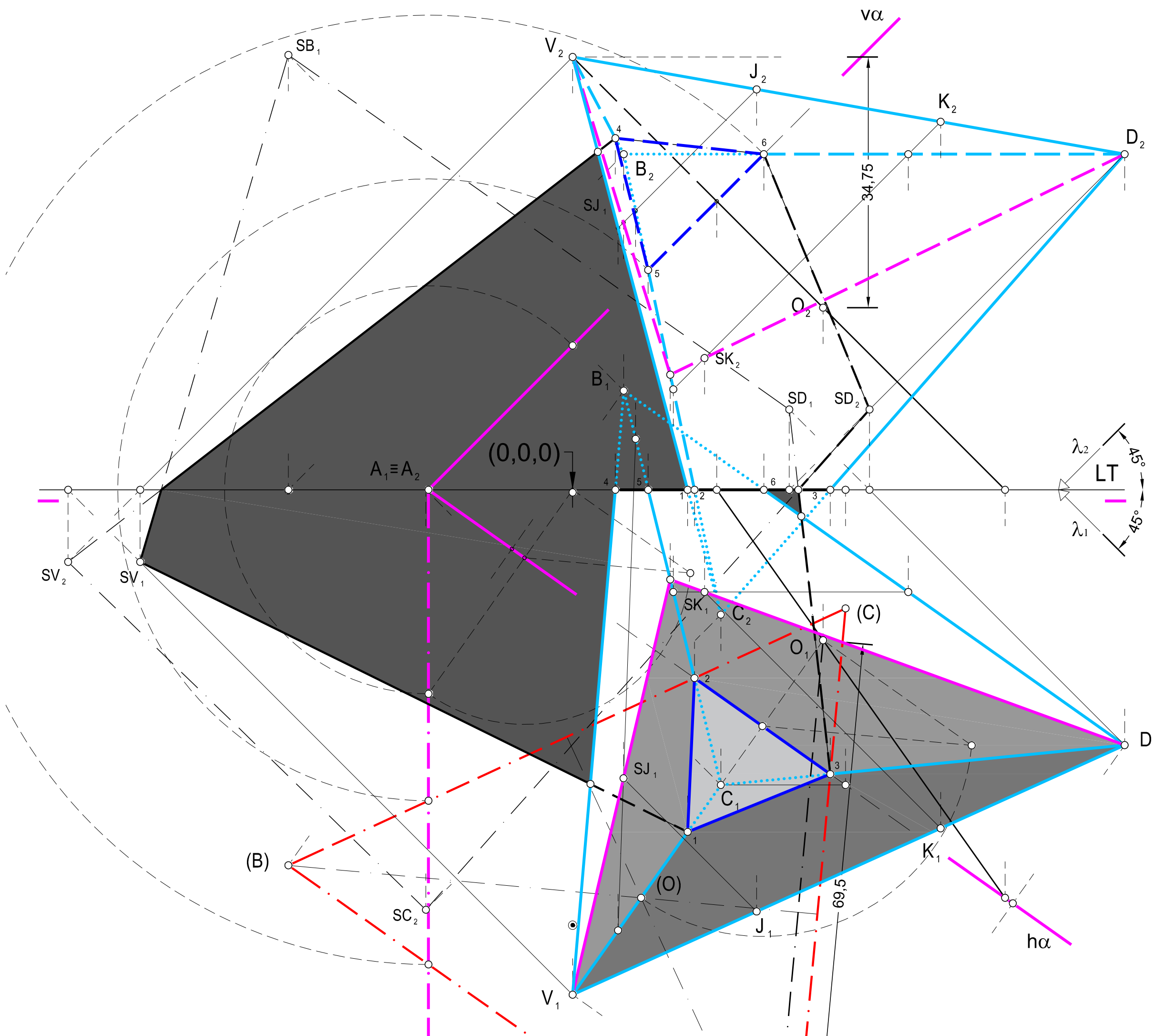


Fig. 2.6.6.c

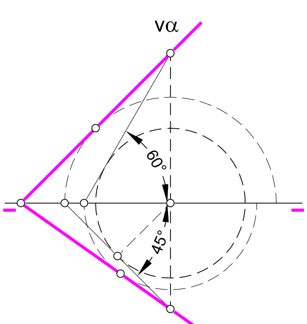


Fig. 2.6.6.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

7. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UN VÉRTICE Y UNA CARA APOYADA EN UN PLANO

El punto A(1.5, 6, 6) es uno de los vértices de la cara ABC contenida en un plano δ perpendicular al primer bisector y que forma 60º con el plano horizontal de proyección, con vértice a la izquierda. Si el vértice B se encuentra situado en el plano vertical de proyección y el C en el plano horizontal, se pide:

- Representa el menor de los triángulos ABC solución en el plano δ.

- Halla las proyecciones del tetraedro regular a partir de la cara ABC y con el vértice D a la mayor cota posible.

- Hallar la intersección del tetraedro con la recta que pasa por el centro de gravedad G y forma 45º con el plano horizontal y 30º con el plano vertical (traza horizontal a la derecha).

- Halla las sombras propia, arrojada y autoarrojada del conjunto, sobre las caras interiores del tetraedro y sobre los planos de proyección, suponiendo trasparente la cara de mayor cota.

Solución:

- Construcción del plano δ por A.

- Abatimiento del plano δ y del punto A.

- Construcción del triángulo ABC que será una de las caras del tetraedro.

- Desabatimiento del triángulo ABC y de su centro, el punto O.

- Recta perpendicular al plano por el punto O.

- Determinación de la sección principal del tetraedro para hallar su altura.

- Colocación de la altura del tetraedro (en VM) sobre la recta perpendicular al plano δ y que pasa por O para hallar el vértice D y construcción el tetraedro.

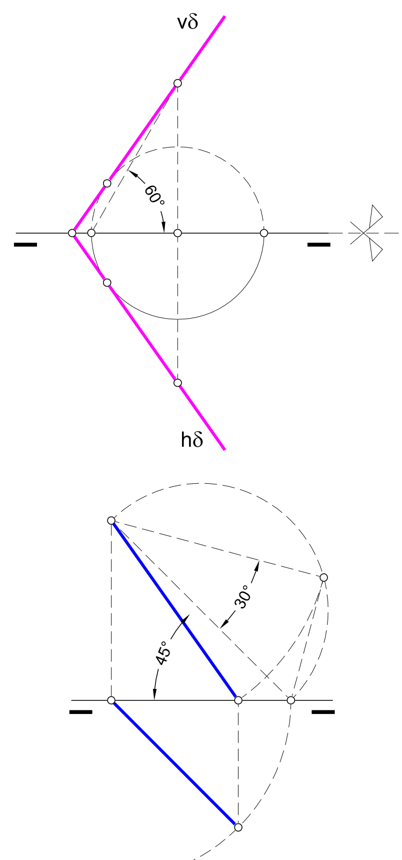


Fig. 2.6.7.a,b

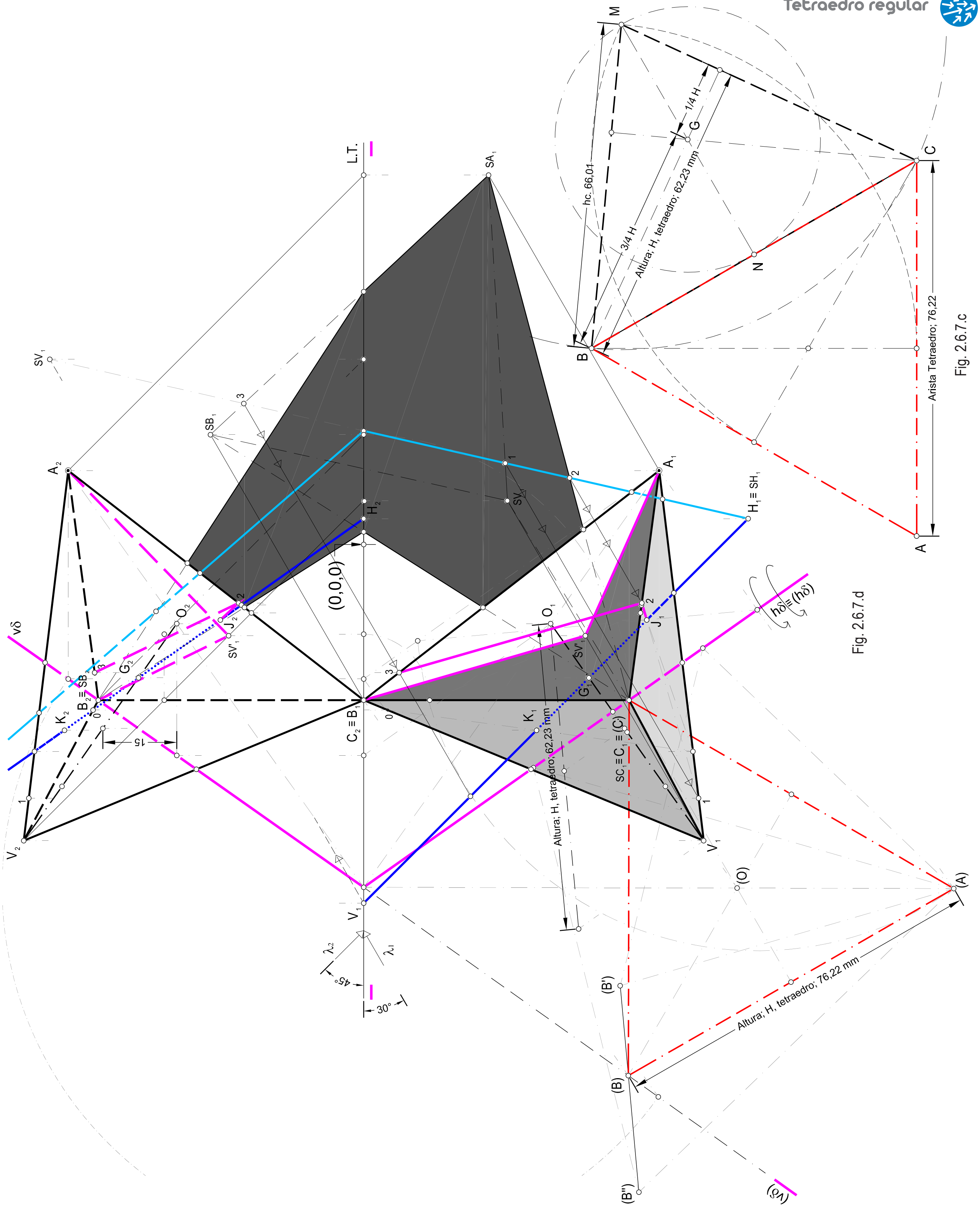


Fig. 2.6.7.c

Fig. 2.6.7.d

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

8. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO CONOCIDO SU CENTRO GEOMÉTRICO

El punto G (coordenadas dibujadas) es el centro geométrico de un tetraedro regular y está situado en un plano que forma 45º con el plano vertical y cuyo ángulo entre trazas en el primer cuadrante es de 60º con vértice a la izquierda. Dicho plano contiene una de sus secciones cuadradas de 4 cm de lado, con un vértice situado en el primer bisector y lo más a la derecha posible. Sabiendo que una vez hallada la sección hay dos posibles soluciones (dos tetraedros), se pide:

- Construye de los dos tetraedros y halla la intersección del conjunto y con los planos de proyección.

- Representa el sólido conjunto resultante y la relación métrica entre los cuerpos.

Solución:

- Construcción del plano α, y recta de intersección entre el plano α y el primer bisector.

- Abatimiento del punto G y la recta r, y colocación de la sección cuadrada sabiendo que uno de los vértices de la sección cuadrada debe encontrarse sobre la recta r (lo más a la derecha posible).

- Desabatimiento de la sección cuadrada.

- Construcción de la sección principal para hallar la distancia entre aristas opuestas "d_{aop}"

- Recta perpendicular al plano α y obtención de MGN ("d_{aop}").

- Construcción de los dos tetraedros.

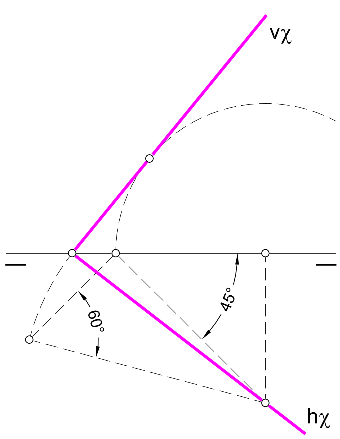


Fig. 2.6.8.a

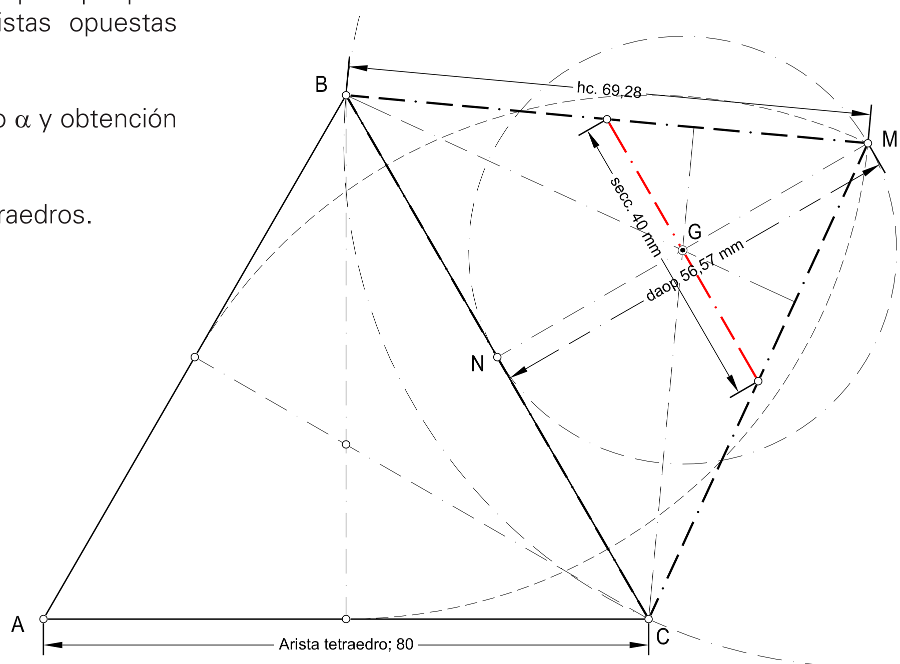
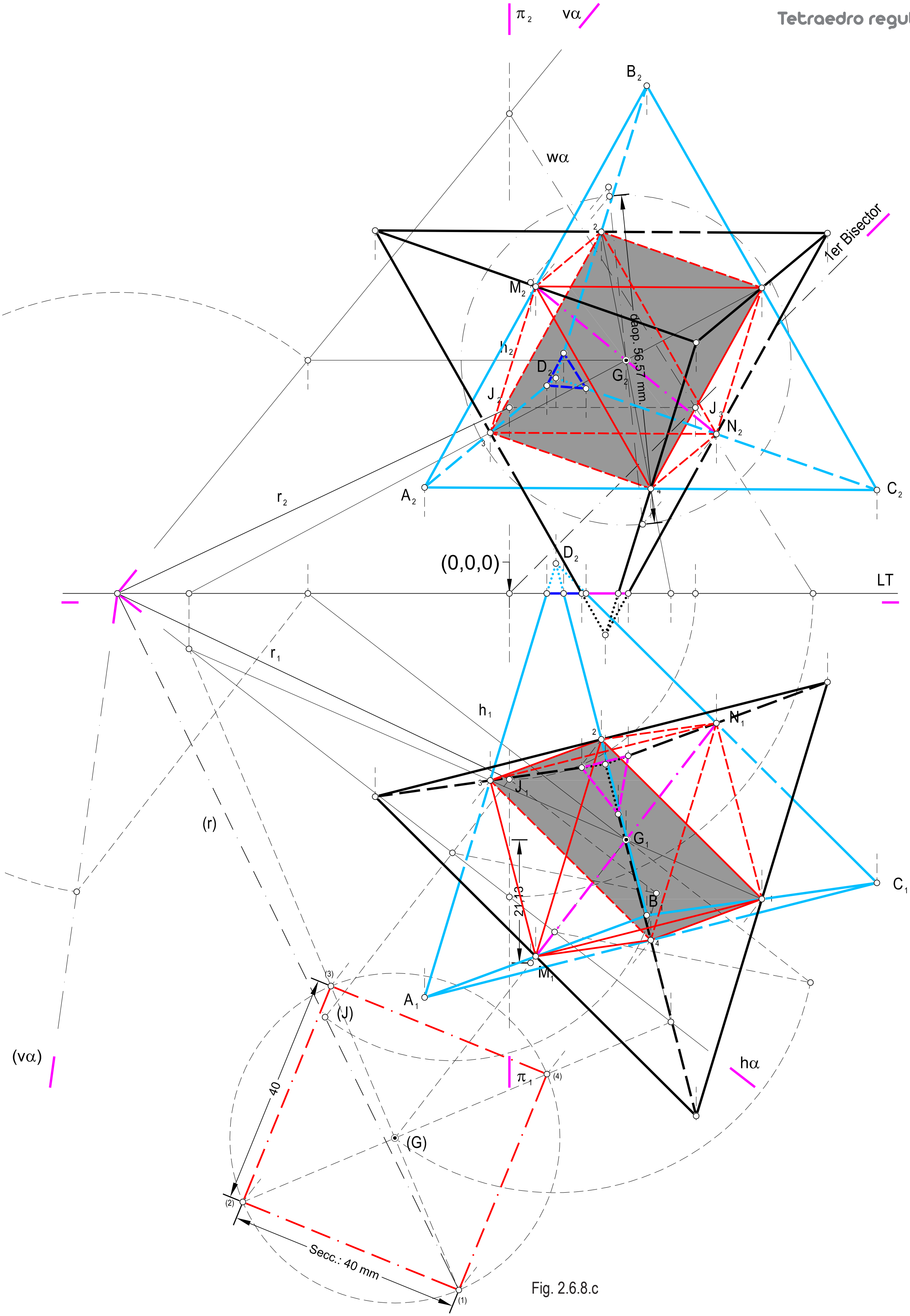


Fig. 2.6.8.b



π_2
vα
wα
B_2
1er Bisector
M_2
h_2
D_2
G_2
J_2
J_3
N_2
diag. 56,57 mm
r_2
A_2
C_2
(0,0,0)
D_2
LT
r_1
h_1
N_1
J_1
G_1
(r)
21,13
B
C_1
M_1
A_1
(3)
(J)
40
(vα)
π_1
(4)
hα
(G)
(2)
Secc.: 40 mm
(1)

Fig. 2.6.8.c

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

9. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO CONOCIDA UNA RECTA QUE CONTIENE A UNA ARISTA Y UN VÉRTICE DE LA ARISTA OPUESTA

Sobre la recta AB: A (4,3,0),B (-5,3,5), se proyecta la arista de un tetraedro regular DE, los otros dos vértices que no se encuentran sobre la recta AB, son el vértice C(-1,9,0) y el F que tiene la máxima cota posible y está situado a la derecha de C.

Considerando las caras CDE y CFE opacas y las otras dos como transparentes con estructura alámbrica. Se pide:

- Dibuja las proyecciones del tetraedro.

- Halla las sombras propia, arrojada y autoarrojada del tetraedro sobre sí mismo y sobre los planos de proyección con luz paralela dibujada en la línea de tierra.

Solución:

- Construcción del plano δ, perpendicular a AB por C y determinación del punto de intersección M entre el plano δ y AB.

- Verdadera magnitud del segmento CM (altura de cara h_c) y construcción de la sección principal CMF.

- Abatimiento del plano (δ) y de los puntos (C) y (M) sobre el plano horizontal. Colocación de la sección principal (C)-(M)-(F) considerando que (F) tiene la mayor cota posible, por lo que debe estar lo más alejada de la traza horizontal abatida (hδ).

- Desabatimiento del punto (F) y construcción del tetraedro considerando el punto M como punto medio de la arista opuesta DE.

- Sombra propia, arrojada, y auto-arrojada, considerando las caras CFD y FDE trasparentes con estructura alámbrica por ser las de mayor cota.

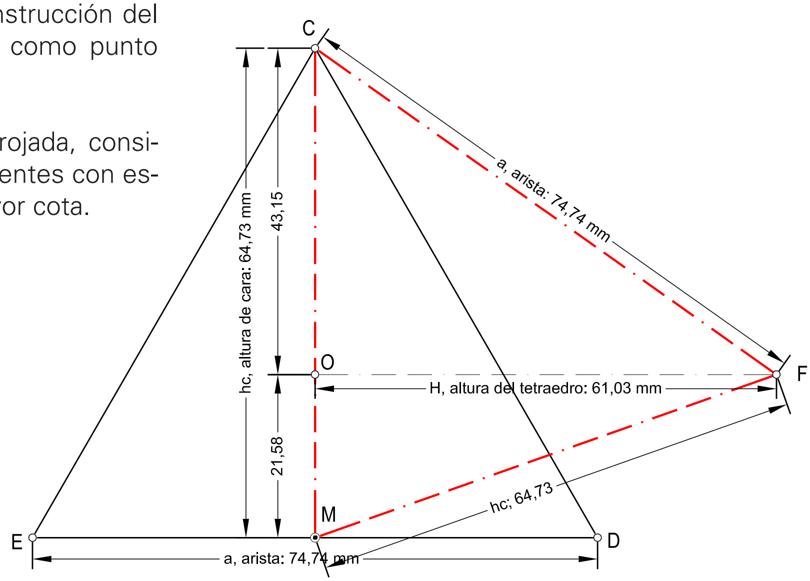


Fig. 2.6.9.a

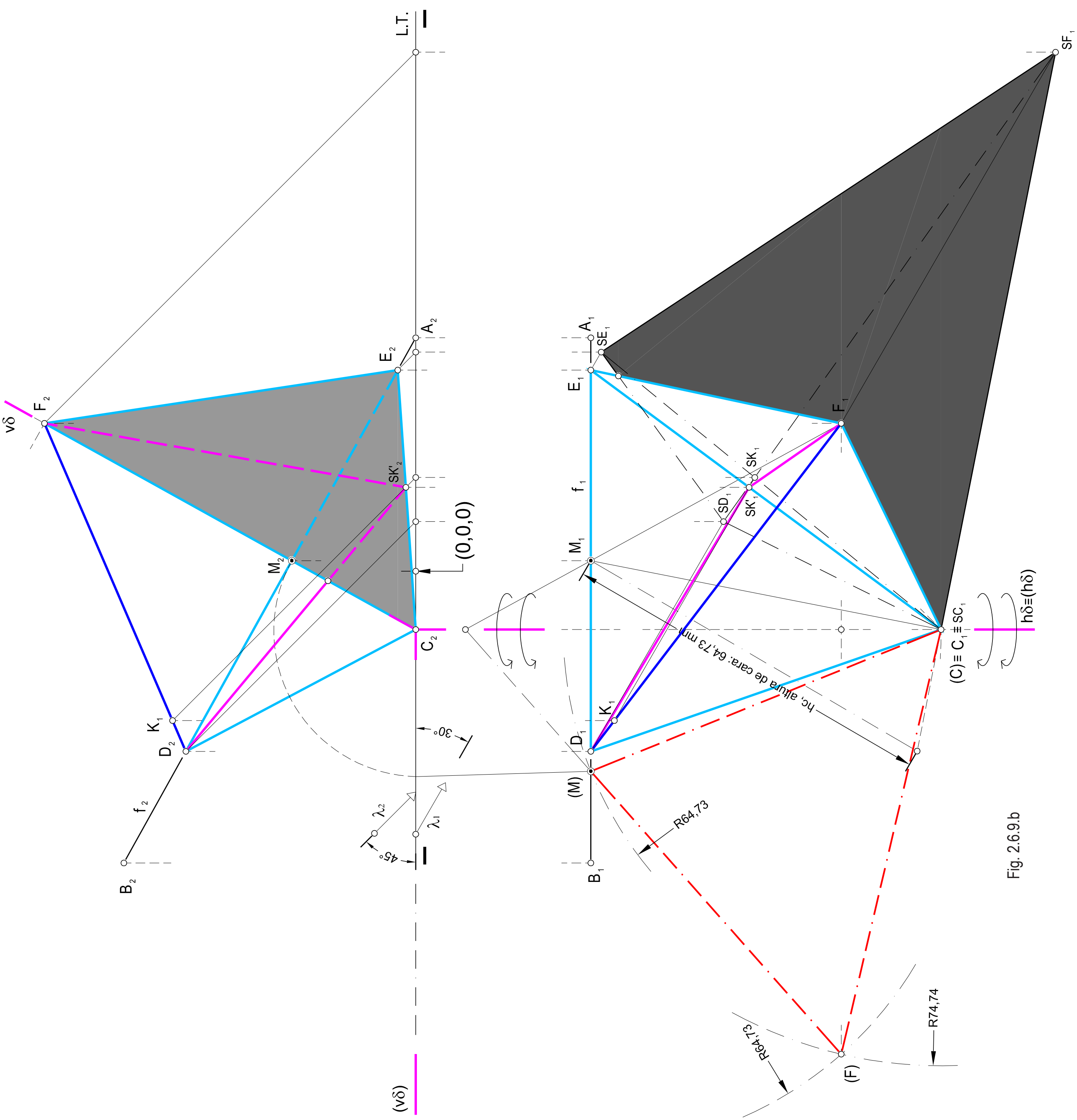


Fig. 2.6.9.b

0 0,5 1 2 5 10 e s c a l a g r á f i c a

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

10. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA CARA APOYADA EN UN PLANO Y SU LONGITUD DE ARISTA

Dado el plano α cuyas trazas vertical y horizontal forman 60° y 45° respectivamente con la línea de tierra, con vértice a la izquierda. Construir un Tetraedro de 8 m de arista que encontrándose todo él en el primer diedro, tenga una cara apoyada en el plano α cuyo centro es el punto O (0,4,3), y un vértice de ésta (punto A), en la bisectriz del ángulo entre trazas. Escala 1/100.

Se pide:

- Número de soluciones posibles (graficarlas en la solución).

- De todas ellas, coger aquella donde el punto A (vértice del tetraedro), tenga el menor alejamiento posible.

- La construcción del tetraedro sabiendo que las dos caras que convergen en la arista de menor cota [AC] son opacas, y las otras dos caras, que convergen en la arista de mayor cota [BD] son transparentes con estructura alámbrica en su contorno.

- Hallar la sombra propia, arrojada y auto-arrojada del conjunto del Tetraedro sobre sí mismo y sobre los planos de proyección con luz paralela bajando de la izquierda tal y como indica la dirección λ en la L.T.

Solución:

- Por el punto O (O_1-O_2) recta horizontal h (h_1-h_2) y por Vh_2 construcción del plano α donde $v\alpha$ y $h\alpha$ formen 60° y 45° respectivamente con la línea de tierra.

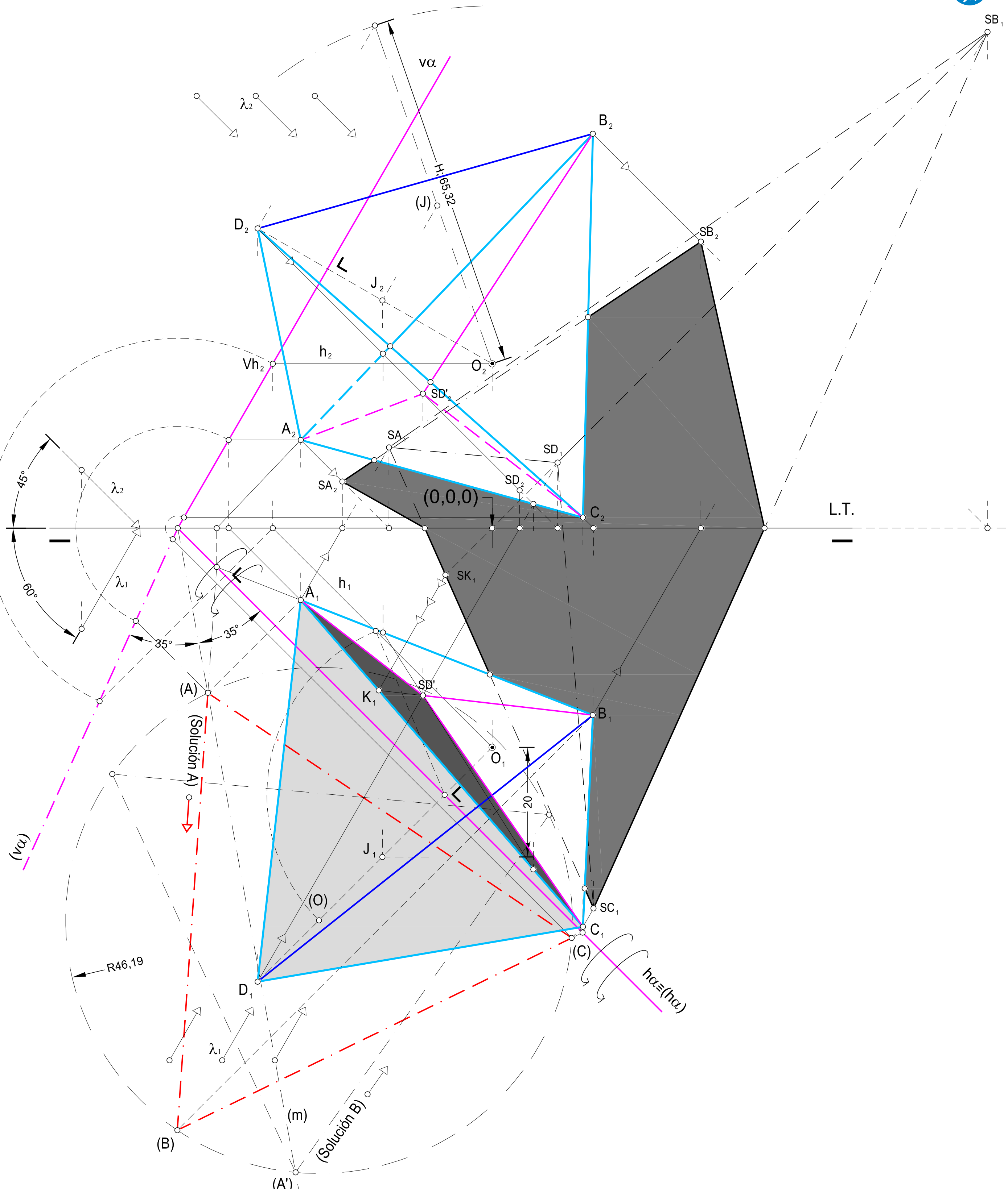
- Construcción de la cara y la sección principal de tetraedro a partir del valor de arista (8 m).

- Abatimiento del plano α y del punto O sobre el plano horizontal. Colocación de la bisectriz del ángulo entre las trazas en el abatimiento ($v\alpha$)-($h\alpha$). Colocación de la circunferencia de radio 2/3 hc (tomada de la sección principal) a partir de (O). Intesección de la bisectriz con la circunferencia (dos posibles soluciones). Cogemos la solución A (menor alejamiento posible) y colocación de la cara (A)-(B)-(C) en el abatimiento.

- Desabatimiento de la cara ABC a plano horizontal y vertical de proyección.

- Altura H del tetraedro: recta perpendicular a las trazas del plano α por O (O_1-O_2) a partir del abatimiento y verdadera magnitud (O)-(J), donde colocaremos la altura H de tetraedro para hallar el vértice D.

- Sombra arrojada, propia y auto-arrojada, dónde las dos caras a cota superior son trasparentes con estructura alámbrica en su contorno.



vα
H: 65,32
λ2
B2
SB1
(J)
D2
SB2
J2
h2
Vh2
O2
SD'2
A2
SA1
SD1
45°
SA2
SD2
(0,0,0)
C2
L.T.
λ2
60°
λ1
SK1
h1
A1
35°
35°
(A)
SD'1
K1
B1
O1
(Solución A)
20
(vα)
J1
(O)
SC1
C1
(C)
R46,19
hα≡(hα)
D1
λ1
(m)
(Solución B)
(B)
(A')

Fig. 2.6.10

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

11. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA Y EL PLANO SOBRE EL QUE SE APOYA OTRO VÉRTICE

El triángulo equilátero ABC es una cara de un tetraedro regular de longitud de arista 9 m. Se pide, dibujar las proyecciones del tetraedro sabiendo que:
- Todo el Tetraedro se encuentra situado en el primer diedro.
- Que la arista BC forma 30º y 45º con el plano vertical y horizontal respectivamente con su traza horizontal a la izquierda.
- Que el punto medio de BC coincide con el punto M(0,4.5,5).
- Que el vértice D se encuentra en el plano horizontal de proyección, en el primer cuadrante.

Se pide:

- La construcción del Tetraedro sabiendo que las dos caras que convergen en la arista de menor cota son opacas, y las otras dos trasparentes con estructura alámbrica en su contorno.

- Hallar la sombra propia, arrojada y auto-arrojada del conjunto del Tetraedro sobre los planos de proyección con luz paralela, bajando de la derecha tal y como se dibuja la dirección l en la L.T.

Solución:

- Construcción de la recta r que pasa por el punto M y forma 30º y 45º con plano vertical y horizontal respectivamente con su traza horizontal H (H_1-H_2) a la izquierda. Abatimiento de la recta r→ $(H)_{PH}$-$(M)_{PH}$→$(r)_{PH}$ sobre el plano horizontal y colocación de los puntos $(B)_{PH}$ - $(C)_{PH}$ a partir de $(M)_{PH}$. Construcción de la sección principal a partir de una arista de 9 m.

- Construcción del plano α perpendicular a BC que pasa por el punto M, a partir de h (h_1-h_2).

- Abatimiento sobre el plano horizontal del plano α ($v\alpha$-$h\alpha$) y el punto M. Colocación de la sección principal en $(\alpha)_{PH}$ y determinación de (D)-(A) a partir de (M), sabiendo que (D) está en $(h\alpha)_{PH}$ - $h\alpha$ y en el primer cuadrante.

- Desabatimiento de los puntos A y D. Construcción del tetraedro.

- Sombra arrojada, propia y auto-arrojada, dónde las dos caras en contacto con AC tienen estructura alámbrica.

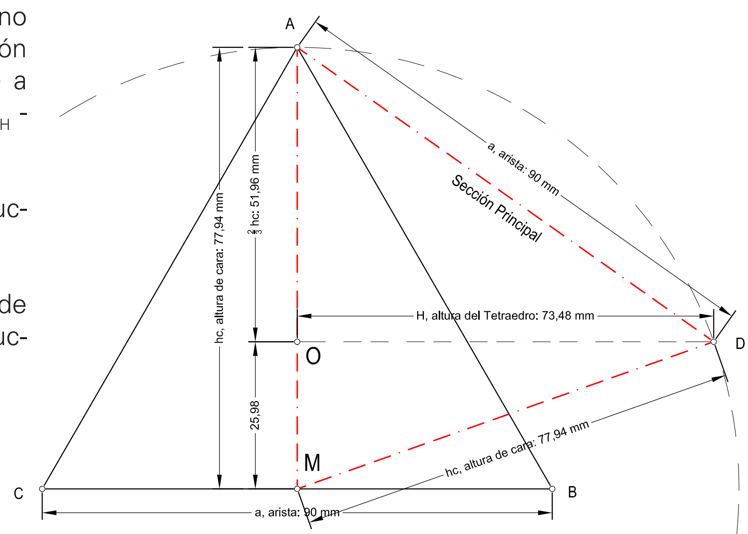


Fig. 2.6.11.a

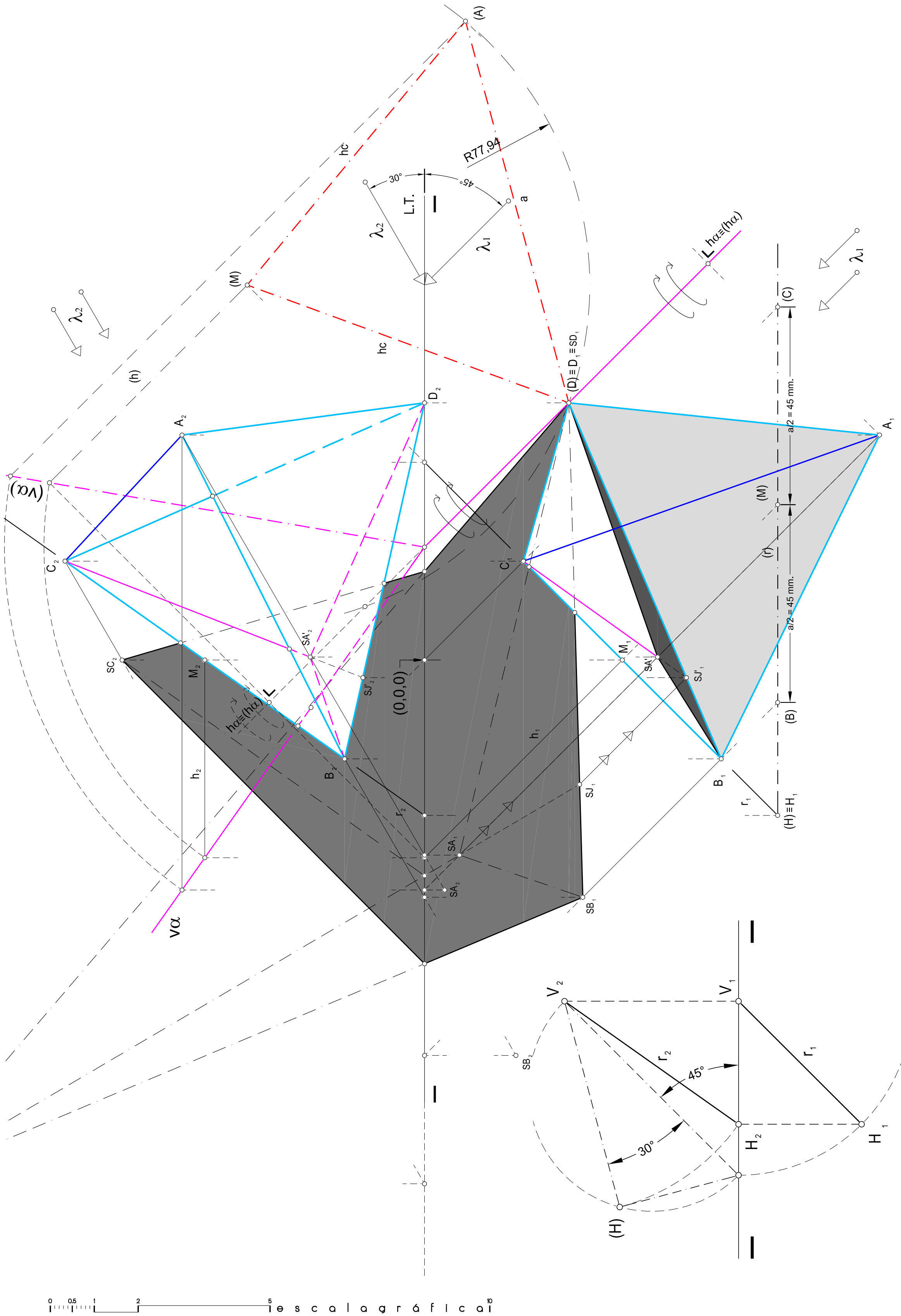


Fig. 2.6.11.c

Fig. 2.6.11.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

12. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA Y EL PLANO SOBRE EL QUE SE APOYA OTRO VÉRTICE

El triángulo equilátero ABC es una cara de un tetraedro regular de longitud de arista 9 m. Se pide, dibujar las proyecciones del tetraedro sabiendo que:
- Todo el Tetraedro se encuentra situado en el primer diedro.
- Que la arista BC forma 30º y 45º con el plano vertical y horizontal respectivamente con su traza horizontal a la izquierda.
- Que el punto medio de BC coincide con el punto M(0,4.5,6).
- Que el vértice D se encuentra en el plano vertical de proyección con la menor cota posible.

Se pide:

- La construcción del Tetraedro sabiendo que las dos caras que convergen en la arista de menor cota son opacas, y las otras dos trasparentes con estructura alámbrica en su contorno.

- Hallar la sombra propia, arrojada y auto-arrojada del conjunto del Tetraedro sobre los planos de proyección con luz paralela, bajando de la derecha tal y como se dibuja la dirección l en la L.T.

Solución:

- Construcción de la recta r que pasa por el punto M y forma 30º y 45º con plano vertical y horizontal respectivamente con su traza horizontal H (H_1-H_2) a la izquierda. Abatimiento de la recta r→ $(H)_{PH}$-$(M)_{PH}$→$(r)_{PH}$ sobre el plano horizontal y colocación de los puntos $(B)_{PH}$ - $(C)_{PH}$ a partir de $(M)_{PH}$. Construcción de la sección principal a partir de una arista de 9 m.

- Construcción del plano α perpendicular a BC que pasa por el punto M, a partir de h (h_1-h_2).

- Abatimiento sobre el plano horizontal del plano α ($v\alpha$-$h\alpha$) y el punto M. Colocación de la sección principal en $(\alpha)_{PH}$ y determinación de (D)-(A) a partir de (M), sabiendo que (D) está en $(v\alpha)_{PH}$ - $v\alpha$ lo más cerca posible del plano horizontal.

- Desabatimiento de los puntos A y D. Construcción del tetraedro.

- Sombra arrojada, propia y auto-arrojada, dónde las dos caras en contacto con AC tienen estructura alámbrica.

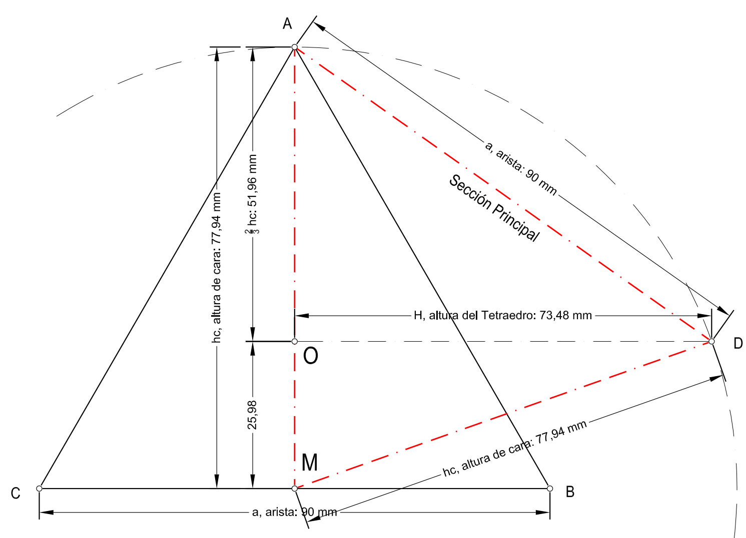


Fig. 2.6.12.a

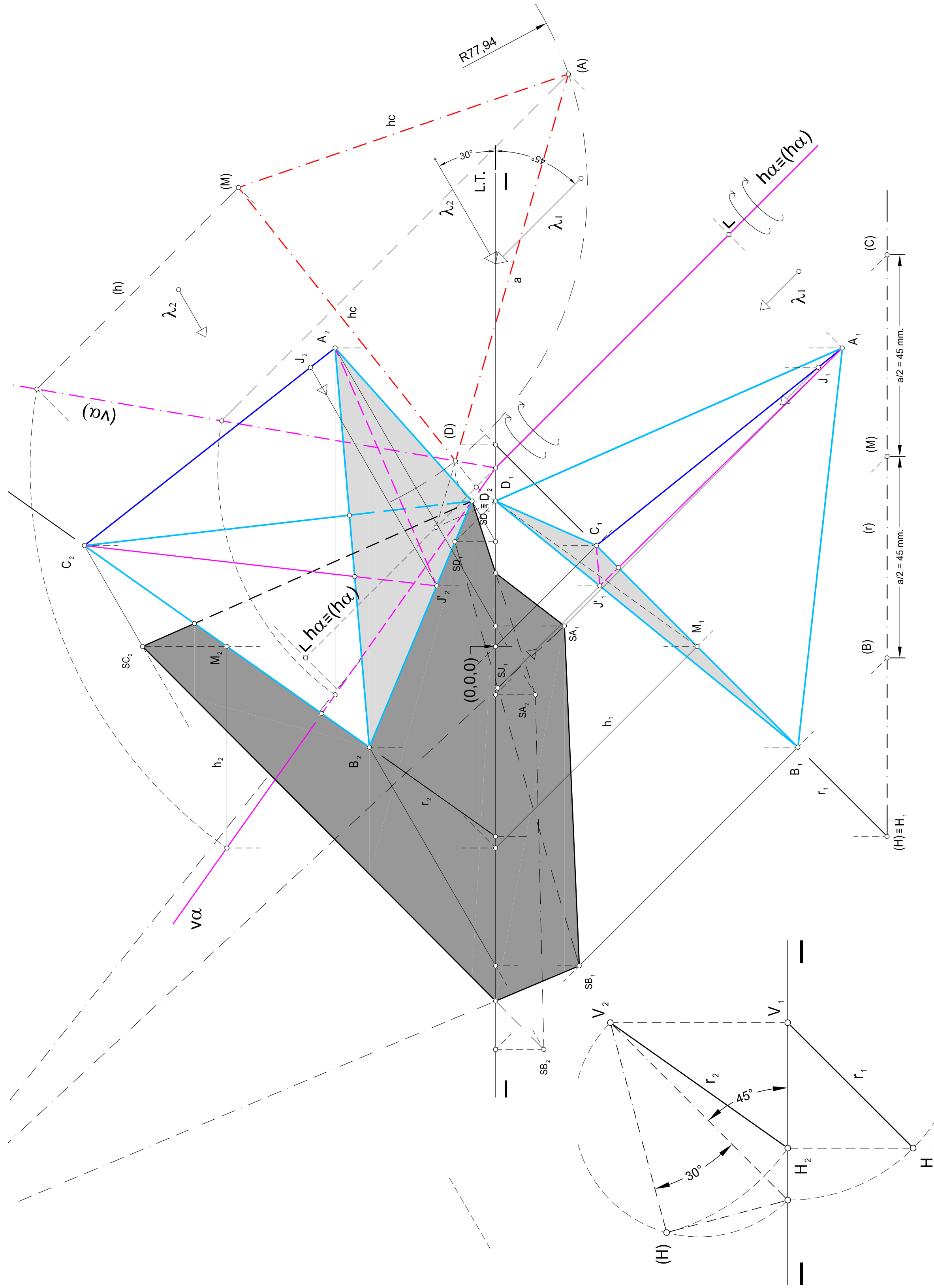


Fig. 2.6.12.c

Fig. 2.6.12.b

escala gráfica

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

13.1. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA HORIZONTAL CONTENIDA EN UN PLANO Y SU ARISTA OPUESTA PARALELA AL MISMO

Sobre una recta horizontal de cota 3.5 m perteneciente al plano α(4, 3, -6), se sitúan los puntos A y B de alejamiento 2 y 7 m respectivamente, siendo el segmento AB la arista del tetraedro.

Se pide:

- Representar las proyecciones del / los tetraedros solución sabiendo que la arista CD es paralela al plano α.

- Considerando opacos los planos de proyección, dibujar el / los poliedros solución, así como la sección producida por ellos en el / los tetraedro / os solución con partes vistas y ocultas del conjunto.

Solución 1:

- Construcción del plano δ, perpendicular a AB por su punto medio M.

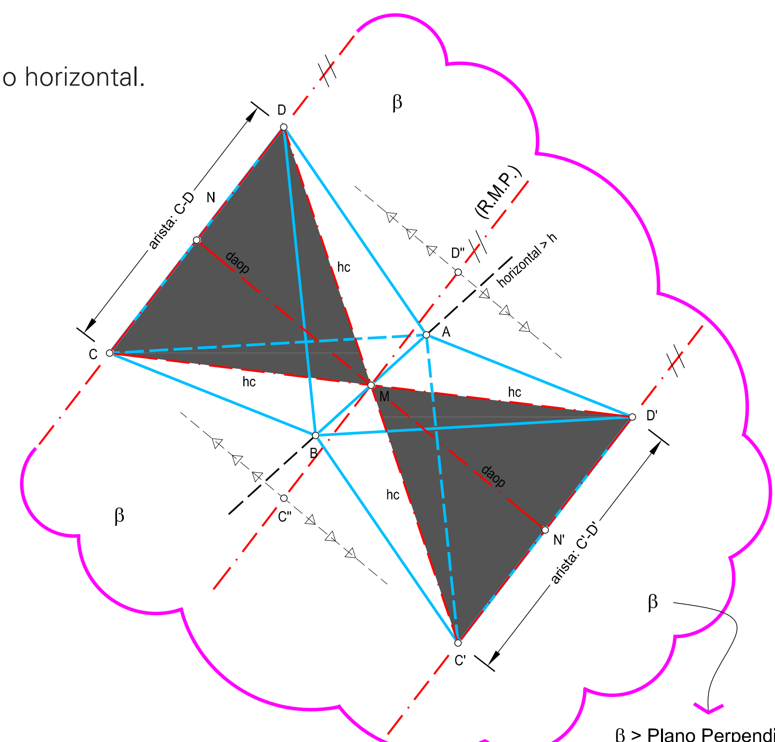
- Recta de máxima pendiente (R.M.P.) del plano α por el punto M. Esta es la intersección entre los planos δ y α.

- Abatimiento de (R.M.P.) sobre el plano horizontal.

- Colocación de las secciones principales (M)(C)(D) y (M')(C')(D') de manera que (C)(D) y (C')(D') sean paralelos a $(R.M.P.)_{ph}$.

- Desabatimiento de los puntos (C), (D), (C') y (D'). Construcción de los dos tetraedros.

- Intersección del conjunto con los planos de proyección y visibilidad de los dos tetraedros considerándolos opacos.



β > Plano Perpendicular a α por M.
M > punto medio de AB.
β > contiene la la sección principal.

Fig. 2.6.13.1.a

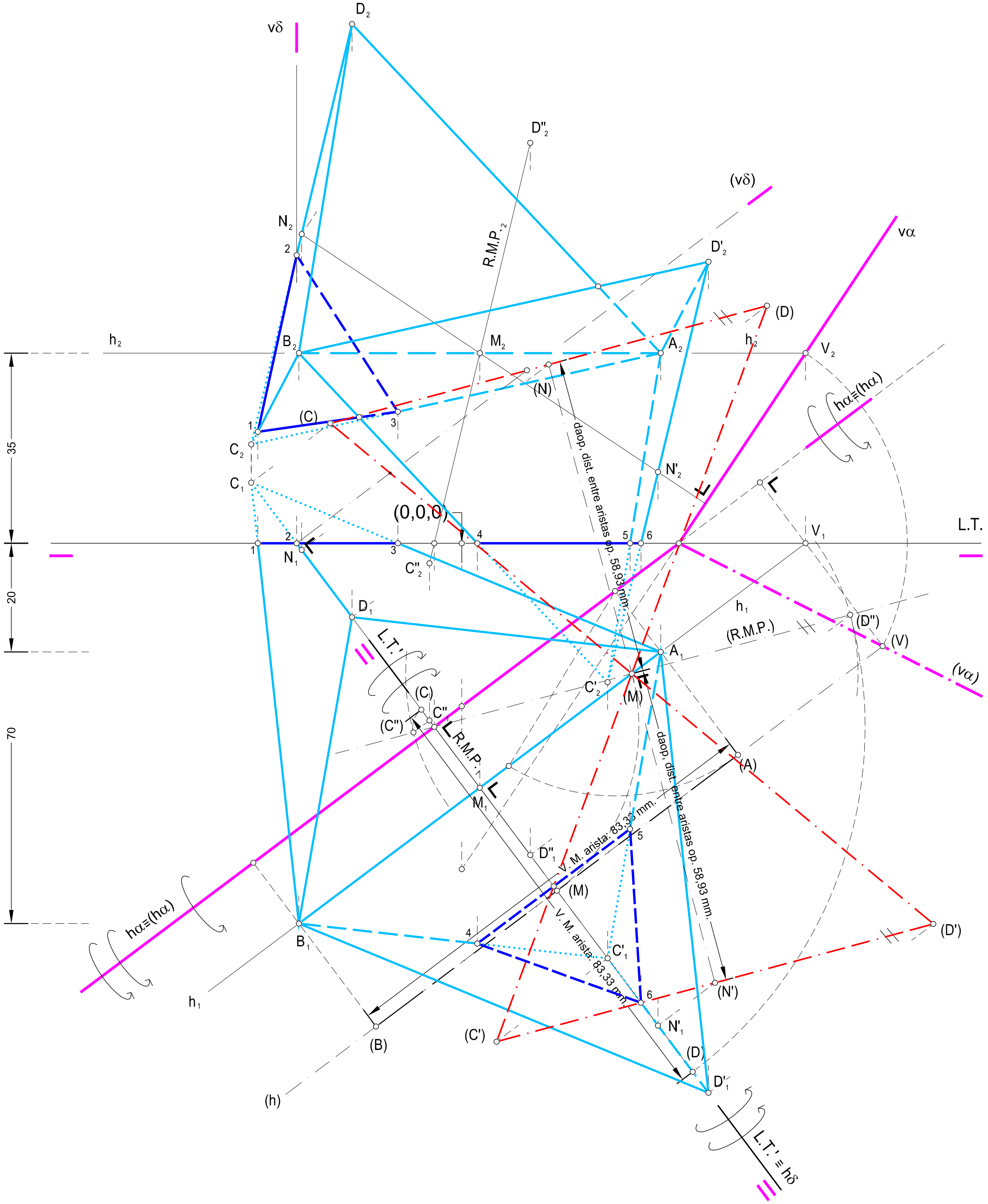

vδ
D₂
D"₂
R.M.P.₂
(vδ)
vα
N₂
2
D'₂
(D)
h₂
B₂
M₂
A₂
h₂
V₂
(N)
hα≡(hα)
1
(C)
3
C₂
daop. dist. entre aristas op. 58,93 mm.
N'₂
C₁
(0,0,0)
L.T.
2
4
5
6
V₁
1
N₁
3
C"₂
D₁
h₁
(R.M.P.)
(D")
L.T.'
A₁
(V)
(vα)
(C)
C'₂
(M)
C"
(C")
R.M.P.₁
(A)
daop. dist. entre aristas op. 58,93 mm.
M₁
V. M. arista: 83,33 mm.
5
D"₁
(M)
V. M. arista: 83,33 mm.
hα≡(hα)
(D')
4
B₁
C'₁
h₁
(N')
6
(C')
N'₁
(B)
(D)
D'₁
(h)
L.T.' ≡ hδ
35
20
70

Fig. 2.6.13.1.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

13.2. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA ARISTA HORIZONTAL CONTENIDA EN UN PLANO Y SU ARISTA OPUESTA PARALELA AL MISMO

Solución 2:

- Cambio de plano sobre ph perpendicular a AB por su punto medio M.

- Nueva proyección vertical de (M) y (R.M.P.) y colocación de V.M. de la arista a partir de (M) => (C'')-(M)-(D''). Proyección horizontal y vertical de la R.M.P.$_1$ y R.M.P.$_2$. Hallar C_1'' - D_1'' y C_2'' - D_2''.

- Por M (M_1, M_2), colocación de la recta perpendicular a α.

- Abatimiento de la recta perpendicular que pasa por M y J (aleatorio) y colocación de la distancia entre aristas opuestas para hallar (N) => N_1 - N_2

- Por N y N', rectas paralelas a la R.M.P. Translación de C'' - M - D'' (con referencia en M) a N y N' para hallar C, D, C' y D'.

- Intersección del conjunto con los planos de proyección y visibilidad de los dos tetraedros considerándolos opacos.

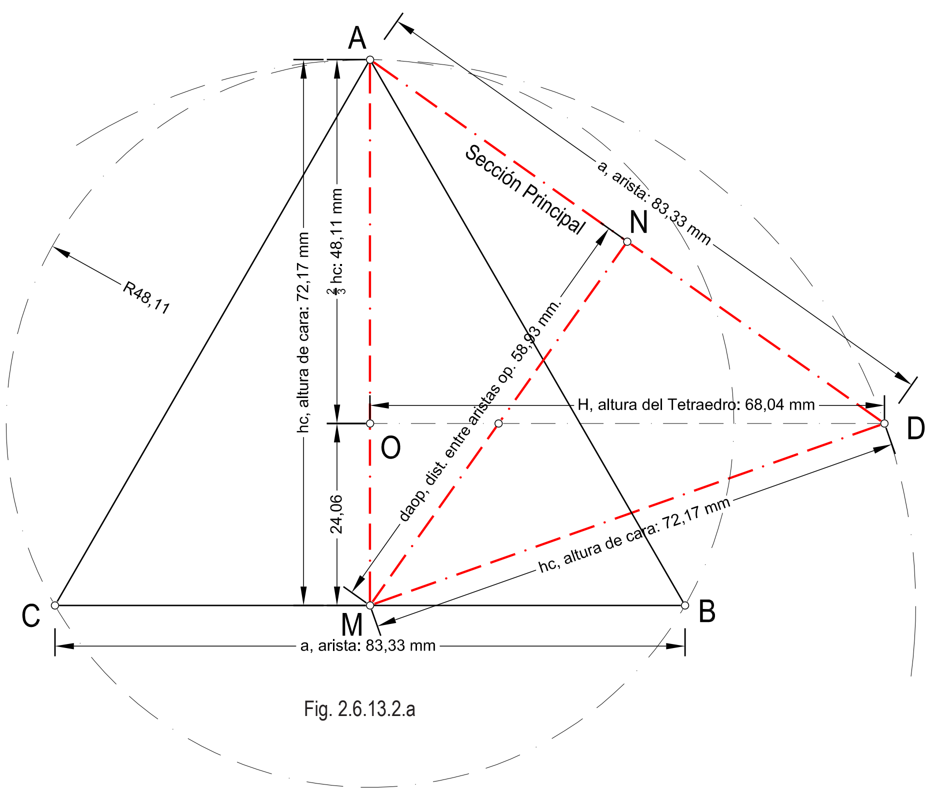


Fig. 2.6.13.2.a

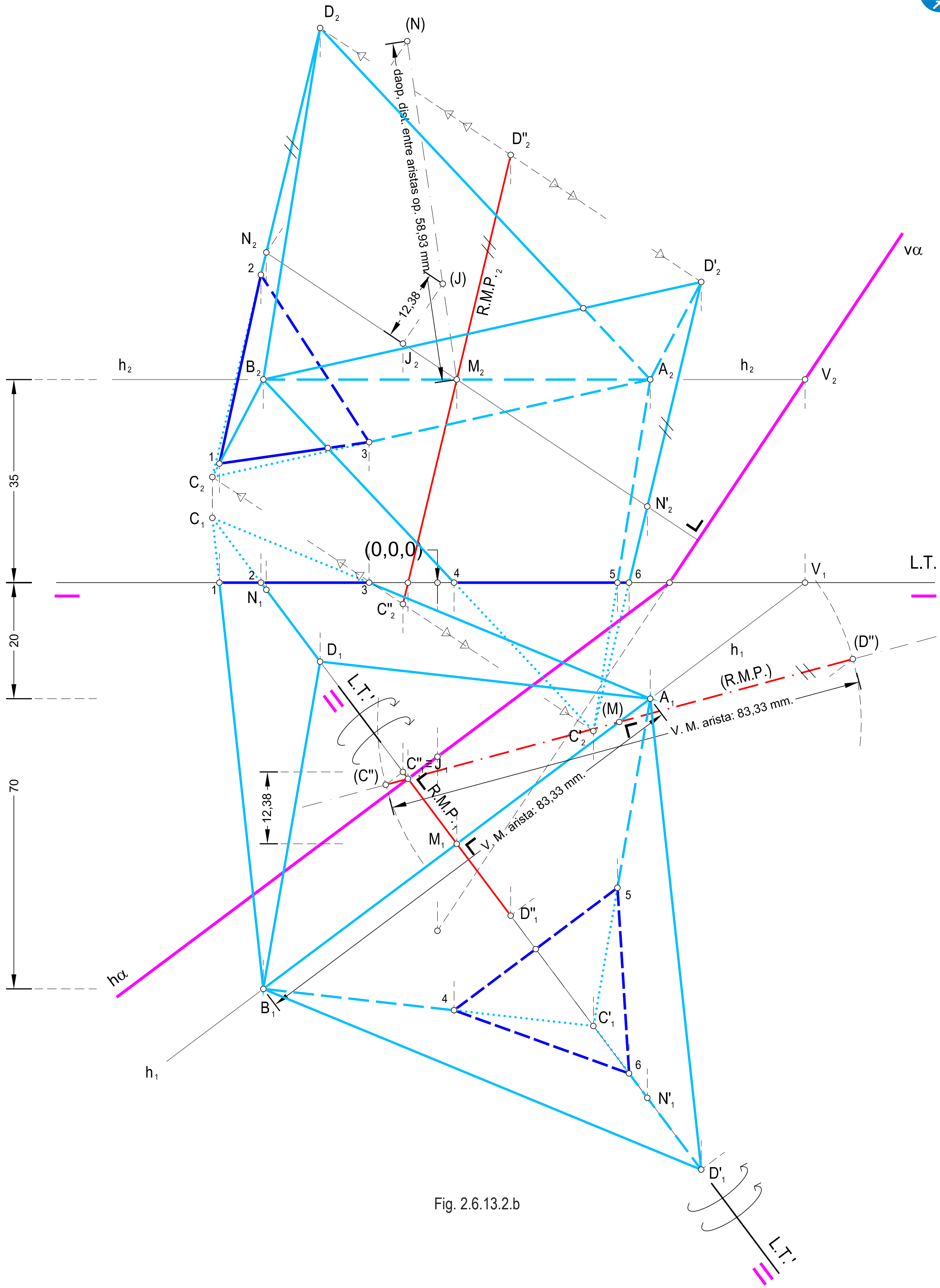

D2
(N)
daop. dist. entre aristas op. 58,93 mm.
D"2
R.M.P.2
vα
N2
2
(J)
12,38
D'2
h2
B2
J2
M2
A2
h2
V2
1
3
35
C2
N'2
C1
(0,0,0)
4
5
6
V1
L.T.
2
1
N1
3
C"2
20
D1
h1
(D")
(R.M.P.)
L.T.'
A1
(M)
C'2
V. M. arista: 83,33 mm.
70
C"≡J
(C")
R.M.P.1
12,38
M1
V. M. arista: 83,33 mm.
5
D"1
hα
4
C'1
B1
6
h1
N'1
D'1
L.T.'

Fig. 2.6.13.2.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

14.1. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA RECTA HORIZONTAL Y UN VÉRTICE DADO.

Sobre la recta AB; A (-4, 0, 2), B (5, 5, 2), se proyecta la arista de un tetraedro regular. Los otros dos vértices que no se encuentran sobre la recta AB, son el vértice C (1, 0, 9) y el F que tiene la máxima cota posible y está situado a la izquierda de C.
Se pide:
- Dibujar las proyecciones del tetraedro considerando las dos caras que convergen en la arista inferior como opacas, y las otras dos como trasparentes con estructura "alámbrica" en su contorno.
- Hallar la sombra propia, arrojada y auto-arrojada del tetraedro sobre los planos de proyección y sobre las caras interiores del tetraedro con luz dibujada en la L.T.

Solución 1:

- Por C construcción del plano δ, perpendicular a AB. Hallar el punto M intersección de AB con el plano δ. El punto M será el punto medio de la arista DE

- Verdadera magnitud (V.M.) de la altura de la cara (hc) CM. Construcción de la cara CDE y su sección principal CMF a partir del segmento CM

- Abatimiento del plano δ sobre el plano horizontal y abatimiento de la altura de la cara (C)-(M).

- Colocación de la sección principal (C)-(M)-(F), de tal manera que (F) esté a la máxima cota posible y a la izquierda de C.

- Desabatimiento de F (F_1-F_2) y construcción del Tetraedro.

- Sombra propia, arrojada y auto-arrojada, sabiendo que las dos caras que concurren en la arista C-F son trasparentes con estructura alámbrica en su contorno.

- Para hallar la sombra auto-arrojada del segmento CF sobre las caras interiores del tetraedro CDE y DEF, nos apoyamos en un punto aleatorio K (K_1-K_2) y hallamos la sombra auto-arrojada sobre el interior de la cara CDE → SK (SK'$_1$-SK'$_2$)

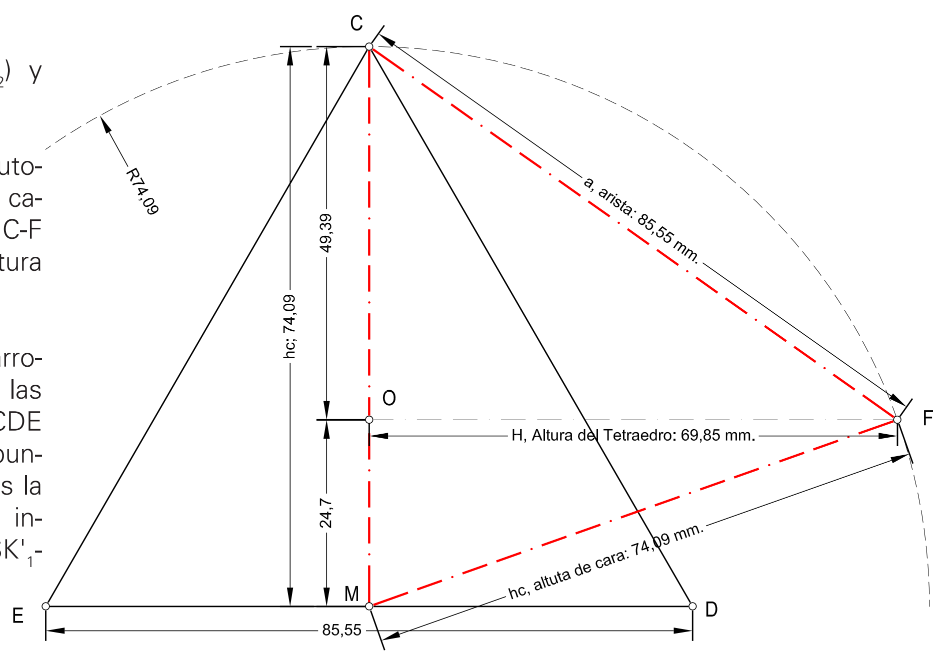


Fig. 2.6.14.1.a

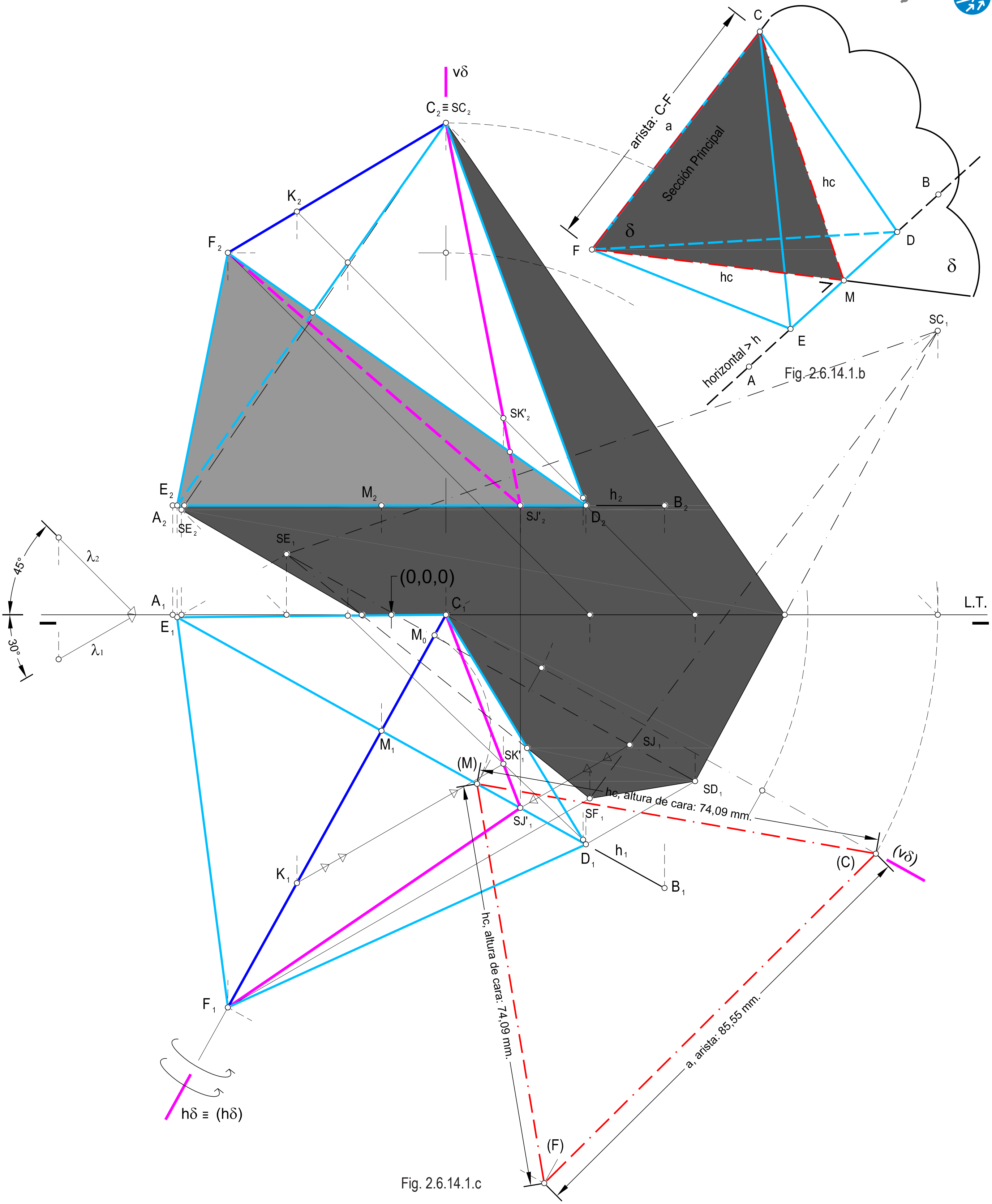


Fig. 2.6.14.1.b

Fig. 2.6.14.1.c

0 0,5 1 2 5 10 escala gráfica

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

14.2. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA RECTA HORIZONTAL Y UN VÉRTICE DADO.

Solución 2:

- A partir de los puntos dados ABC construimos el plano α ($v\alpha$, $h\alpha$), que contendrá a la cara CDE, donde la arista DE estará sobre la recta AB.

- Abatimiento del plano α sobre el plano horizontal ($h\alpha$) - ($v\alpha$). Abatimiento del punto C→(C) y de la recta h→(h) que pasa por los puntos AB.

- Colocación de la cara CDE en el abatimiento a partir del punto (C) y la recta (h) → (C)-(D)-(E).

- Construcción de la caraCDE y su sección principal CMF para conocer la altura del tetraedro H.

- A partir de O (O_1,O_2) centro geométrico de la cara CDE, trazar una recta perpendicular al plano a y posicionar la altura de la cara H a partir de su verdadera magnitud, para hallar F (F_1, F_2).

- Sombra propia, arrojada y auto-arrojada, sabiendo que las dos caras que concurren en la arista C-F son trasparentes con estructura alámbrica en su contorno.

- Para hallar la sombra auto-arrojada del segmento CF sobre las caras interiores del tetraedro CDE y DEF, nos apoyamos en un punto aleatorio K (K_1-K_2) y hallamos la sombra auto-arrojada sobre el interior de la cara CDE → SK (SK'_1- SK'_2)

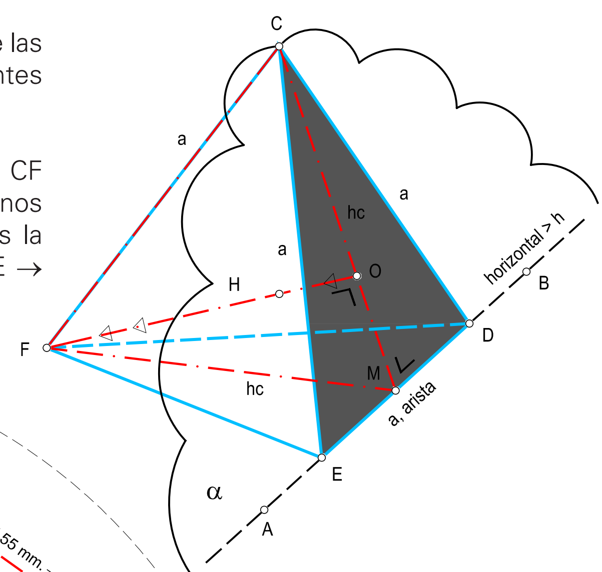


Fig. 2.6.14.2.b

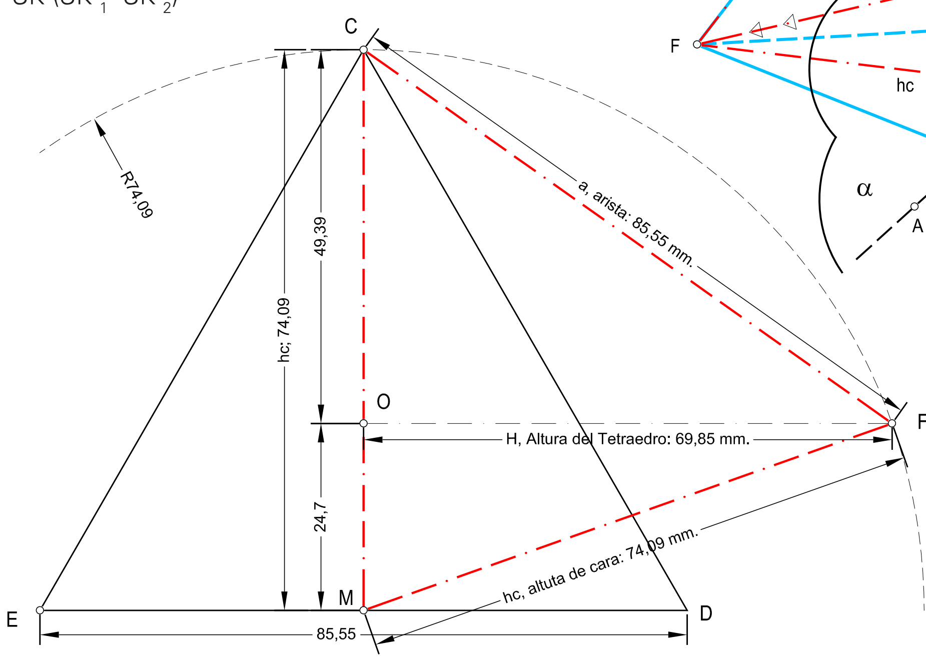


Fig. 2.6.14.2.a

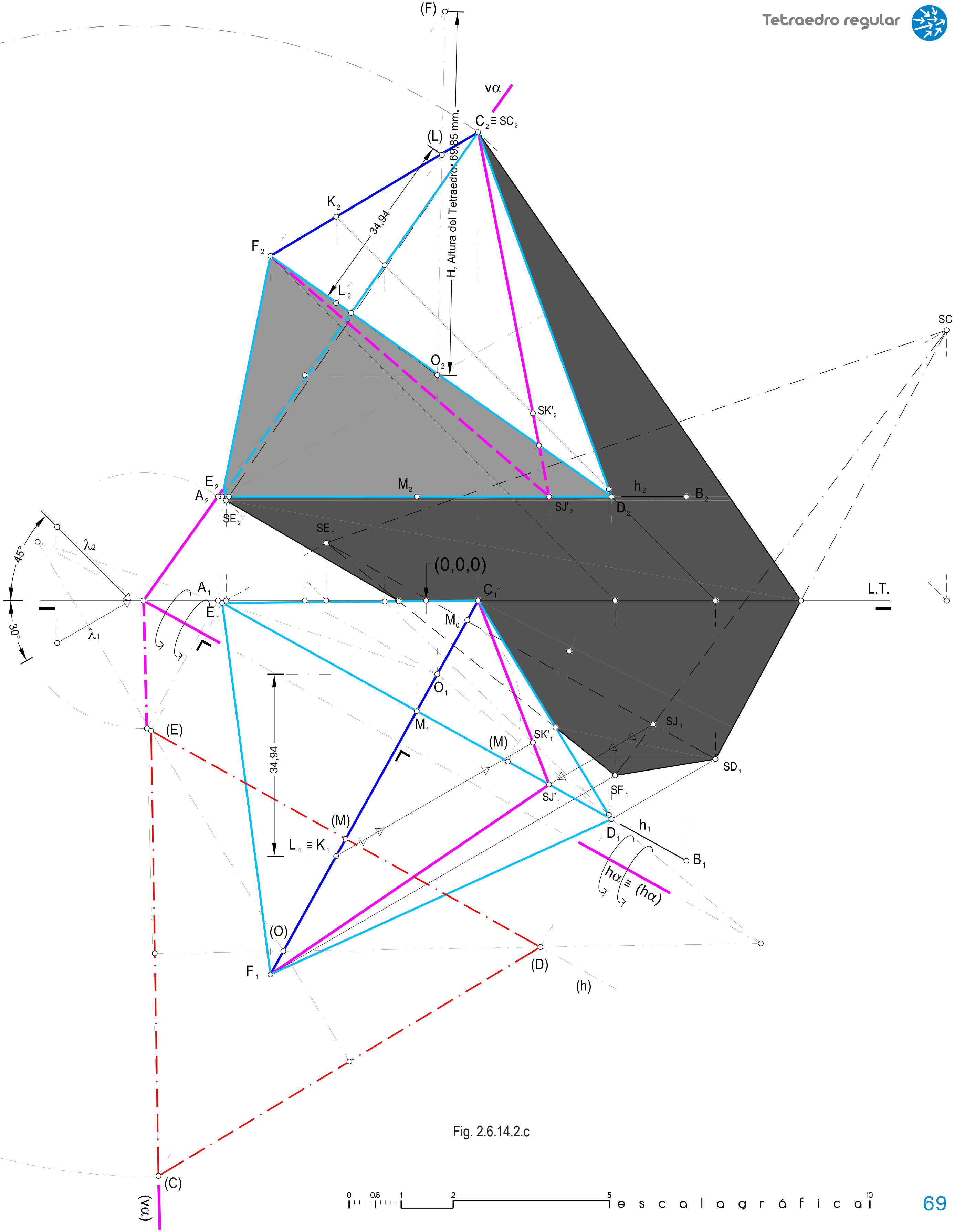


Fig. 2.6.14.2.c

0 0,5 1 2 5 e s c a l a g r á f i c a 10

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

15.1. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA RECTA QUE CONTIENE A DOS VÉRTICES Y EL PUNTO MEDIO DE LA ARISTA OPUESTA.

Sobre la recta A(-6,2,3) B(-2,6,7) se encuentra la arista de un tetraedro regular. El punto M(2,3,4) es el punto medio de la arista opuesta. Se pide:

1.- Dibujar las proyecciones del tetraedro y hallar su intersección con el triángulo J(-6,6,7), K(-2,1,2), L(3,4,5).

2.- Sabiendo que tanto el tetraedro DEFG como el plano JKL son opacos, dibujar el conjunto con partes vistas y ocultas.

Solución 1:

- Por M construcción del plano α (vα, hα), perpendicular a AB. Para ello trazamos una recta horizontal h de plano donde h_1 pase por M_1 y sea perpendicular a AB.

- Intersección del plano α y la recta AB dada $\rightarrow$ Hallamos el punto N(N_1, N_2) que será el punto medio de la arista opuesta.

- Verdadera magnitud (V.M.) de la distancia entre aristas opuestas (daop) MN.

- Construcción de la sección principal FNG a partir de una homotecia con la distancia entre aristas opuestas (daop.) en verdadera magnitud (segmento MN).

- Abatimiento del plano α sobre el plano horizontal y abatimiento del segmento MN$\rightarrow$ (N)-(M) y colocación de la sección principal (F)-(N)-(G) a partir de MN abatido.

- Desabatimiento de F (F_1-F_2) y G (G_1-G_2). Colocación de la magnitud de la arista a partir de N en la recta AB $\rightarrow$ D (D_1-D_2) y E (E_1-E_2) mediante abatimiento, y construcción del Tetraedro con partes vistas y ocultas.

- Intersección del triángulo JKL con las caras del tetraedo $\rightarrow$ puntos 1-2-3-4-5-6 y partes vistas y ocultas del conjunto.

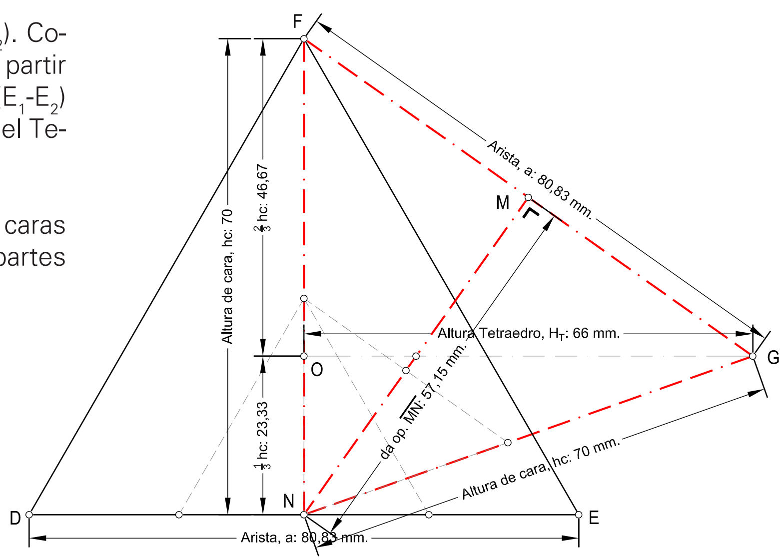


Fig. 2.6.15.1.a

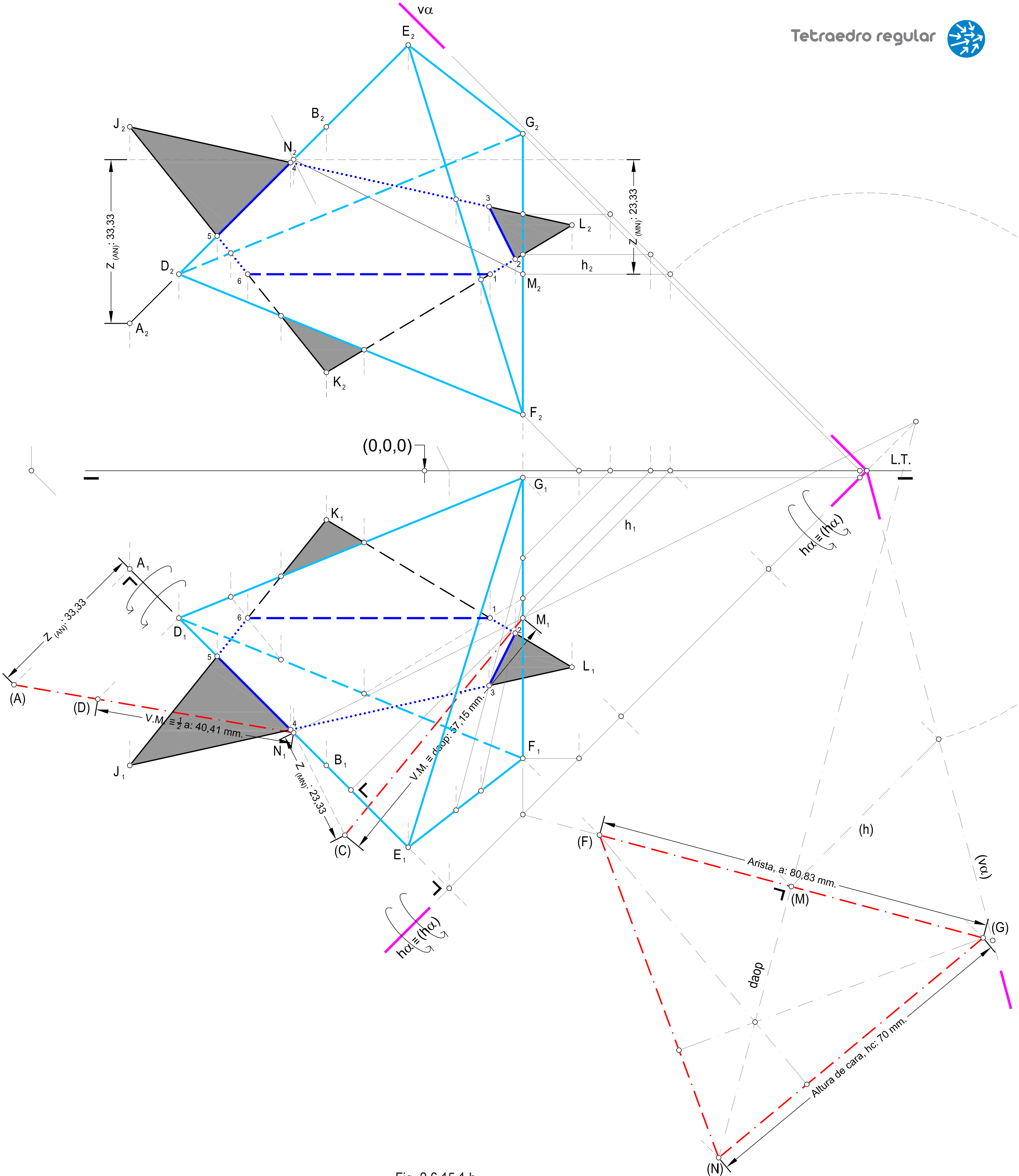

vα
E2
B2
G2
J2
N2
Z (AN): 33,33
Z (MN): 23,33
L2
D2
h2
M2
A2
K2
F2
(0,0,0)
L.T.
G1
K1
h1
hα ≡ (hα)
A1
Z (AN): 33,33
D1
M1
L1
(A)
(D)
V.M. ≡ 1/2 a: 40,41 mm.
V.M. ≡ daop: 37,15 mm.
N1
J1
B1
F1
Z (MN): 23,33
(C)
E1
(F)
(h)
(vα)
Arista, a: 80,83 mm.
(M)
(G)
hα ≡ (hα)
daop
Altura de cara, hc: 70 mm.
(N)

Fig. 2.6.15.1.b

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

15.2. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UNA RECTA QUE CONTIENE A DOS VÉRTICES Y EL PUNTO MEDIO DE LA ARISTA OPUESTA.

Sobre la recta A(-6,2,3) B(-2,6,7) se encuentra la arista de un tetraedro regular. El punto M(2,3,4) es el punto medio de la arista opuesta. Se pide:

1.- Dibujar las proyecciones del tetraedro y hallar su intersección con el triángulo J(-6,6,7), K(-2,1,2), L(3,4,5).
2.- Sabiendo que tanto el tetraedro DEFG como el plano JKL son opacos, dibujar el conjunto con partes vistas y ocultas.

Solución 2:

- A partir de los puntos dados ABM dados, construimos el plano χ ($v\chi$, $h\chi$), que contendrá a la sección principal DME, donde la arista DE estará sobre la recta AB dada.

- Abatimiento del plano χ sobre el plano horizontal ($h\chi$) - $h\chi$. Abatimiento del punto B→(B) y de la recta m→(m) que contiene a los puntos AB. También abatimos el punto M→(M) mediante una afinidad de la recta r_1 que pasa por los puntos B_1-M_1 → (B)-(M) contenidos en el abatimiento de la recta (r).

- Construcción de la sección principal DME a partir de una homotecia con la distancia entre aristas opuestas (daop.) en verdadera magnitud (segmento MN tomado del abarimiento), mediante un aperpendicular desde (M) hasta la recta (m).

- Colocación de la sección principal DME en el abatimiento del plano χ sobre el plano horizontal, a partir de la recta (M)-(N) → (D)-(M)-(E).

- Desabatimiento directo de D (D_1-D_2) y E (E_1-E_2) a la recta m (m_1-m_2). Colocación de la magnitud de la arista GF a partir de su punto medio M en tercera proyección (dado que será una arista perpendicular al plano χ → $w\chi$ por M), G_3-M_3-F_3 → G (G_1-G_2) y F (F_1-F_2), y construcción del Tetraedro con partes vistas y ocultas.

- Intersección del triángulo JKL con las caras del tetraedo → puntos 1-2-3-4-5-6 y partes vistas y ocultas del conjunto.

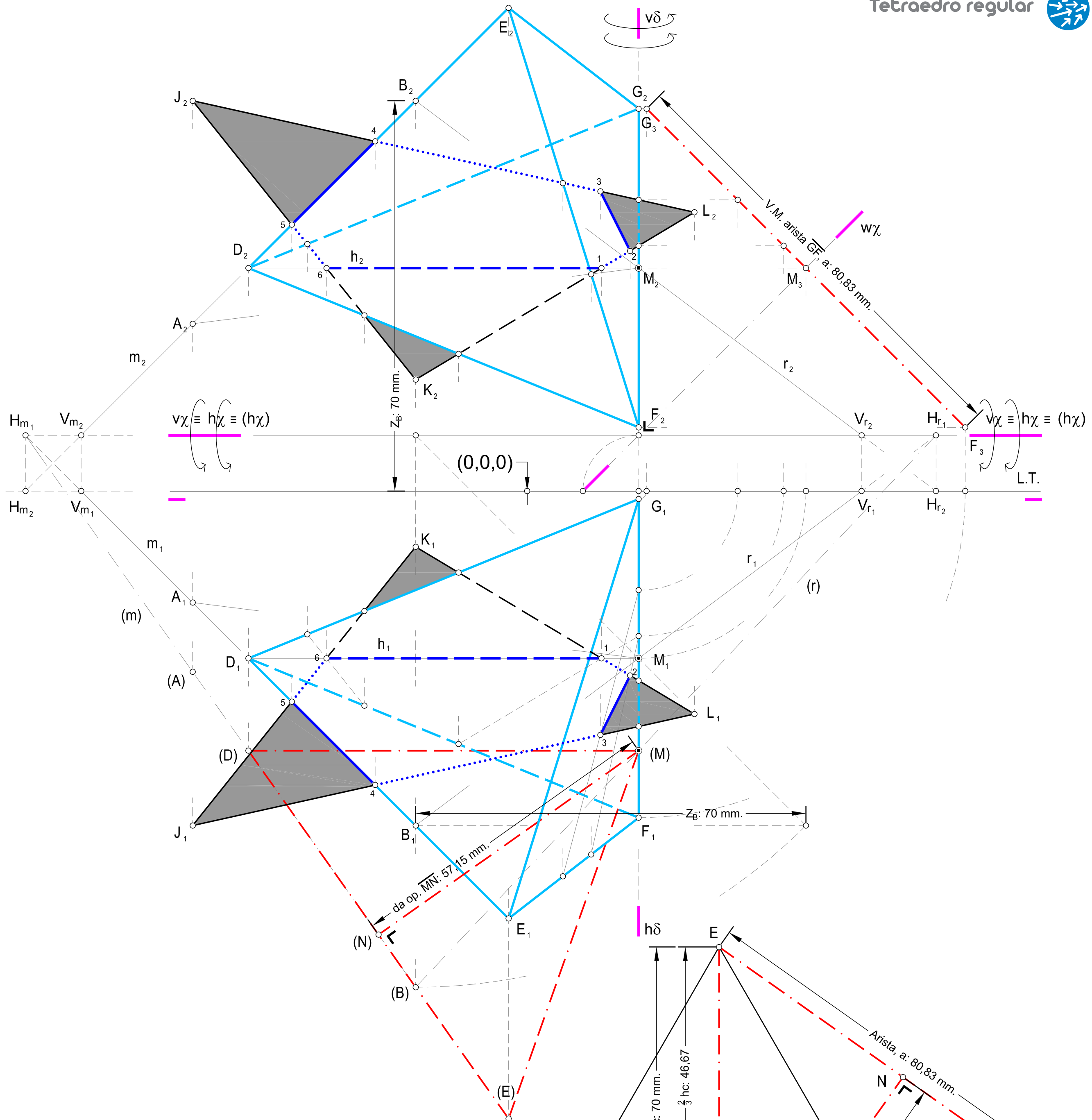


Fig. 2.6.15.2.a

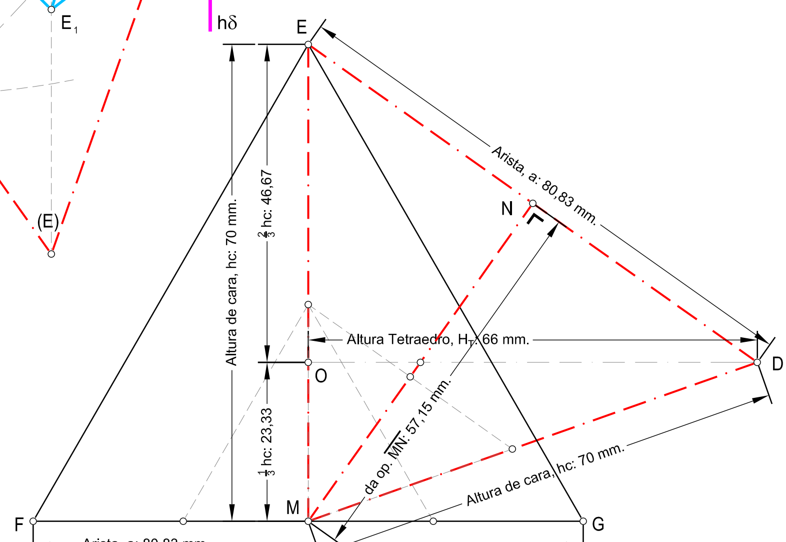


Fig. 2.6.15.2.b

0 0,5 1 2 5 10 escala gráfica

2.6 TETRAEDRO. EJERCICIOS

16. CONSTRUCCIÓN DE UN TETRAEDRO A PARTIR DE UN VÉRTICE Y UNA CARA APOYADA EN UN PLANO DADO.

El punto A(0, 7, 6) es el vértice de un tetraedro regular cuya base BCD está en un plano que forma 60° con el plano horizontal (P.H.) y 45° con el plano vertical (P.V.), vértice a la izquierda, trazas en el primer cuadrante y que pasa por el punto J(-2, 0, 0). Se pide:

1.- Dibujar las proyecciones del tetraedro regular sabiendo que la arista BC de la cara BCD es horizontal y tiene la menor cota posible.
2.- Hallar la intersección del tetraedro con la recta m(m_1, m_2) que pasa por el centro de gravedad G y forma 30° con el P.H. y 30° con el P.V. (traza horizontal a la izquierda en el 1er diedro).
3.- Construcción final del Tetraedro y la recta m(m_1, m_2) que pasa por G con partes vistas y ocultas, considerando las dos caras que convergen en la arista inferior BC (de menor cota del tetraedro), como opacas y las otras dos caras como transparentes con estructura alámbrica (en su contorno).
4.- Hallar la sombra propia, arrojada y auto-arrojada del tetraedro sobre sí mismo y sobre los planos de proyección con luz paralela (λ_1 , λ_2) dibujada en la línea de tierra. Remarcar aquellas sombras que se ven directamente, las sombras ocultas en discontinua.

Solución:

- Construye el plano que forma 60° con el plano horizontal y 45° con el vertical, vértice a la izquierda, trazas en el primer cuadrante, y que pasa por el punto J.
- Determina el punto O (centro de la cara opuesta del vértice A en el plano), mediante la intersección del plano con la recta perpendicular al plano desde el vértice A.
- Halla la verdadera magnitud del segmento AO.
- Construye una cara cualquiera, su sección principal y su altura del tetraedro. A partir de la altura del tetraedro en verdadera magnitud (segmento AO), hacemos la homotecia de la sección principal y de la cara correspondiente para hallar el valor de las aristas y el radio que circunscribe a los vértices de la cara BCD (R=2/3 de la altura de la cara).

- Realiza el abatimiento del plano α (vα)–(hα), y el punto O - (O), sobre el plano horizontal de proyección.
- Coloca los puntos de la cara triangular (B)-(C)-(D) en el abatimiento a partir de (O), sabiendo el el radio con respecto a la arista (R=1/3 hc) y respecto a los vértices de la cara (R=2/3 hc). Se conoce que la arista de menor cota es horizontal, y por tanto, los vértices (B)-(C) se encuentran lo más cerca posible y en una paralela a la traza horizontal del plano (hα).

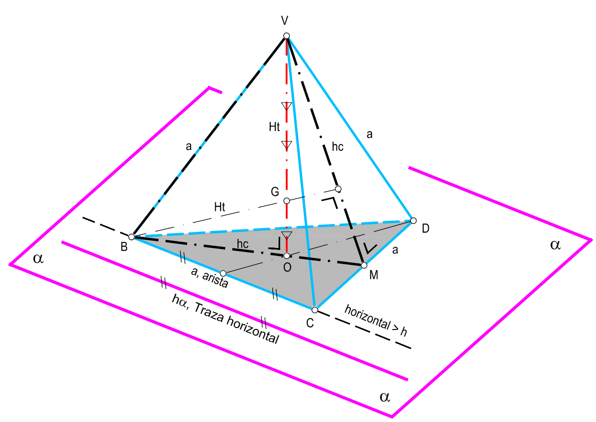


Fig. 2.6.16.a

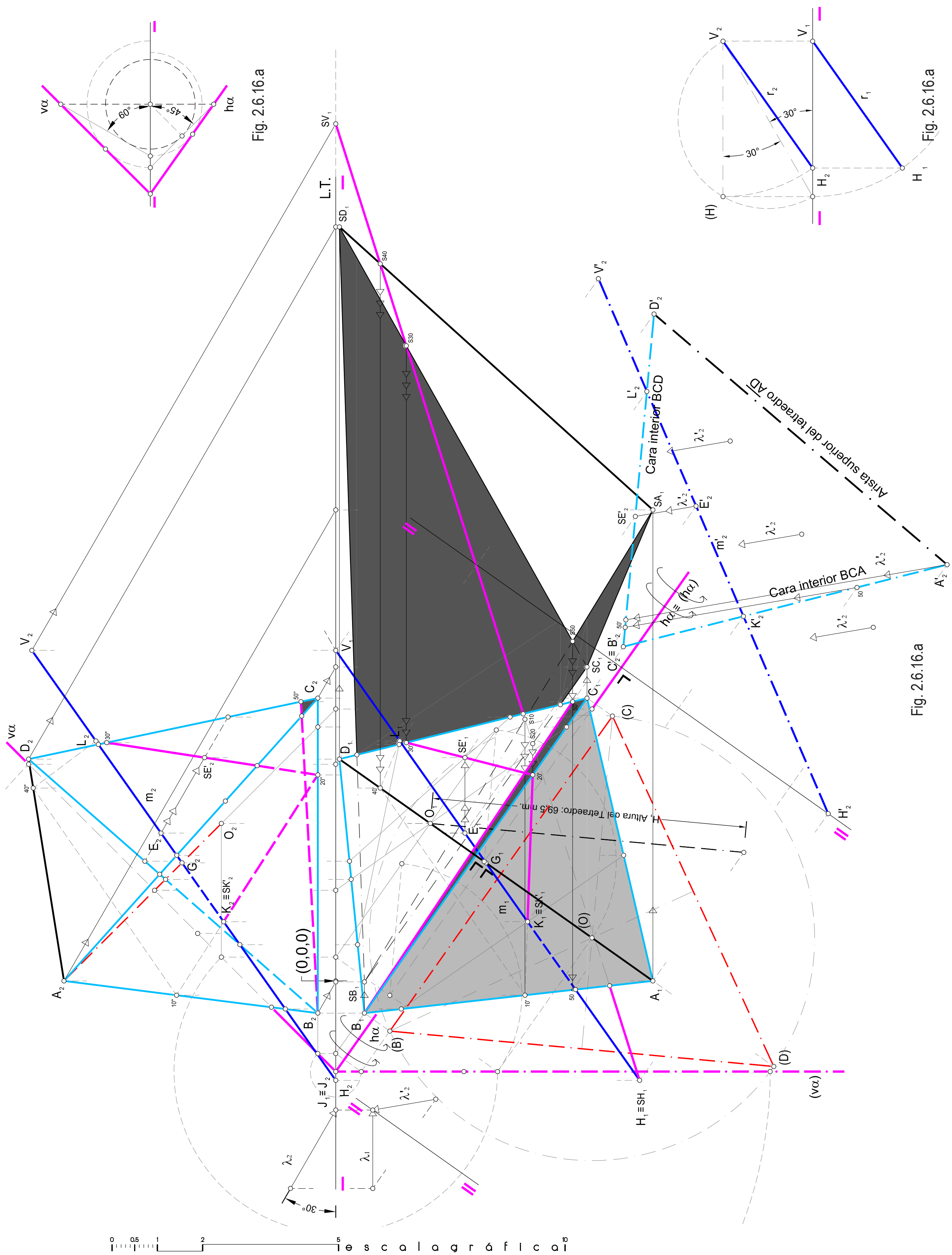

Cara interior BCD
Cara interior BCA
Arista superior del tetraedro AD
Altura del Tetraedro: 69,5 mm.
L.T.
(0,0,0)
e s c a l a g r á f i c a

Fig. 2.6.16.a

- Desabatimiento de los vértices (B)-(C)-(D) de la cara a la proyección vertical y horizontal: A(A_1-A_2), B(B_1-B_2), C(C_1-C_2), y construcción y visibilidad del tetraedro según el apartado 3.
- Construcción de la recta m(m_1-m_2) que para por G(G_1-G_2) y forma 30º con el plano horizontal y 30º con el plano vertical de proyección.
- Intersección de la recta m(m_1-m_2) con la cara BCV → punto K(K_1-K_2)
- Sombras arrojadas sobre el plano horizontal de las caras y aristas del tetraedro.
- Sombras arrojadas sobre el plano horizontal de la recta m(m_1-m_2).
- Sombras propias y auto-arrojadas de la recta m, arista AD y la cara ABC sobre las caras interiores del tetraedro a partir de la restitución de la sombra sobre el plano horizontal de los puntos S_{10}-S_{20}-S_{30}-S_{40} y S_{50} a la figura. También se podría hacer a partir de la sombra del punto E (punto aleatorio), perteneciente a la recta m sobre la cara BCD SE'_1 - SE'_2