Geometria Diferencial i Equacions Diferencials (250122)

Informació general

Centre docent	ETSECCPB
Departaments	Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental (DECA) Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports de Barcelona (ETSECCPB)
Crèdits	9.0 ECTS
Titulacions	GRAU EN ENGINYERIA CIVIL (pla 2017) GRAU EN ENGINYERIA CIVIL (pla 2010)
Curs	2022/23

Idioma majoritari per grup

- Grup 10Q1 Castellà (Q1)
- Grup ENGQ1 Anglès (Q1)

Professorat de l'assignatura

Professorat responsable: Enrique Bendito Perez, Matteo Giacomini
Professorat: Marino Arroyo Balaguer, Enrique Bendito Perez, Matteo Giacomini

Objectius formatius

Coneixements de geometria diferencial (incloent-hi corbes i superfícies, així com integració en varietats i els teoremes integrals) i d'equacions diferencials en derivades parcials de la física-matemàtica. Capacitat per a l'anàlisi i la resolució dels problemes matemàtics plantejats en l'enginyeria que incloguin aquests conceptes.

En finalitzar el curs l'alumne haurà adquirit la capacitat de:
1. Relacionar les equacions diferencials en derivades parcials amb problemes enginyerils en medi continu.
2. Programar solucions complexes mitjançant programari bàsic i obtenció de solucions numèriques.
3. Desenvolupar solucions analítiques a problemes complexos de contorn i valor inicial en diverses dimensions i amb condicions geomètriques senzilles que permetin fer una anàlisi d'aquestes solucions, incloent-hi un estudi paramètric.
4. Descriure analíticament corbes i superfícies, calcular-ne les propietats i fer-hi operacions de càlcul diferencial i integral.

Coneixements de coordenades curvilínies i aplicació als operadors diferencials. Coneixements dee parametrització de corbes i superfícies. Coneixements de varietats i diferenciació i integració d'aquestes. Teorema de la divergència, teorema de Green i teorema de Stokes. Coneixements d'equacions diferencials en derivades parcials; existència i unicitat de solucions, estabilitat. Coneixements d'equacions diferencials en derivades parcials: tipus, solucions analítiques en casos particulars d'especial interès en enginyeria.

Competències

Específiques

Capacitat per descriure analíticament corbes i superfícies, calcular les seves propietats i realitzar operacions de càlcul diferencial i integral sobre aquestes, així com desenvolupar solucions analítiques a problemes complexos de contorn i valor inicial en diverses dimensions i amb condicions geomètriques senzilles que permetin realitzar una anàlisi d'aquestes solucions, incloent-hi un estudi paramètric.

Transversals

SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL - Nivell 1: Analitzar sistèmicament i críticament la situació global, atenent la sostenibilitat de forma interdisciplinària així com el desenvolupament humà sostenible, i reconèixer les implicacions socials i ambientals de l'activitat professional del mateix àmbit.
COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA - Nivell 1: Planificar la comunicació oral, respondre de manera adequada les qüestions formulades i redactar textos de nivell bàsic amb correcció ortogràfica i gramatical.
ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ - Nivell 2: Després d'identificar les diferents parts d'un document acadèmic i d'organitzar-ne les referències bibliogràfiques, dissenyar-ne i executar-ne una bona estratègia de cerca avançada amb recursos d'informació especialitzats, seleccionant-hi la informació pertinent tenint en compte criteris de rellevància i qualitat.
APRENENTATGE AUTÒNOM - Nivell 2: Dur a terme les tasques encomanades a partir de les orientacions bàsiques donades pel professorat, decidint el temps que cal emprar per a cada tasca, incloent-hi aportacions personals i ampliant les fonts d'informació indicades.

Hores totals de dedicació de l'estudiantat

		Hores	Percentatge
Aprenentatge dirigit	Grup gran	30.0 h	30.30 %
	Grup mitjà	30.0 h	30.30 %
	Grup petit/Laboratori	30.0 h	30.30 %
	Activitats dirigides	9.0 h	9.09 %
Aprenentatge autònom		126.0 h	

Temari

CANVI DE VARIABLES

Evidenciar la utilitat pràctica de la realització del Teorema de la Funció Inversa
Descriure les coordenades curvilínies més interessants en l'espai euclidià bi i tridimensional
Consideració d'espais vectorials, de la mateixa dimensió de l'objecte coordenat, en cada un dels seus punts.
Construcció de les bases dels espais vectorials com vectors tangents a les corbes coordenades

Objectius específics

Comprendre el concepte de canvi de variable respectant les propietats de regularitat
Aprendre a realitzar els canvis de variable més usuals
Descriure camps vectorials restringits a objectes coordenats
Entendre la jacobiana d'unes coordenades curvilínies com la matriu del canvi de variable per als camps vectorials

CORBES PARAMETRITZADES

Canvi de paràmetre i tangent a corbes. Anàlisi qualitativa i quantitatiu de les corbes parametritzades. Coneixement qualitatiu de les corbes parametritzades regulars. Aprendre a obtenir les corbes així com les seves principals propietats, tant en el cas de parametritzacions regulars com per arc.

Objectius específics

Conèixer els diferents conceptes cinemàtics associats a la trajectòria d'un punt en termes geomètrics i les propietats de les trajectories.
Construir la mínima informació necessària per a distingir les corbes parametritzades excepte moviment de sòlid rígid

GEOMETRIA DE LES SUPERFÍCIES

Comprendre l'estructura de les superfícies i el control de la seva regularitat
Determinar les superfícies i el seu aspecte per la manera de descriure-les
Difeomorfismes en superfícies i la Primera Forma Fonamental
La curvatura gaussiana i altres funcions de curvatura en coordenades

Objectius específics

Distingir perquè una aplicació és una superfície i valorar quan té pla tangent
Conèixer les superfícies reglades, de revolució i de nivell
Considerar la composició amb les parametritzacions per estendre a les superfícies el càlcul diferencial i introduir la capacitat de mesurar sobre les superfícies
Obtenir les curvatures de qualsevol superfície parametritzada i entendre les característiques més rellevants de les superfícies més utilitzades

VARIETATS AMB FRONTERA

Extensió del concepte de superfície regular i de mètrica a objectes de dimensió n en un espai ambient de dimensió s
Considerar parametritzacions d'intervals i pseudo-intervals tancats, caracteritzant l'orientació induïda a la frontera de la parametrització

Objectius específics

Donar un llenguatge comú a corbes, superfícies i oberts bi i tri-dimensionals
Conèixer la descripció d'una gran varietat d'objectes com a unió finita de pseudo-intervals o com la parametrització d'aquests

TEOREMA DE STOKES

Obtenció del Teorema de Stokes en intervals parametritzats, mitjançant l'aplicació de la regla de Barrow per a cada variable
Obtenció dels Teoremes de la Divergència, de Stokes-Ampère i de Green en el pla, com a aplicació elemental del teorema de Stokes general
Resolució d'exercicis en què apareixen els recursos més característics que faciliten la resolució d'una àmplia gama de problemes

Objectius específics

Comprendre l'abast del procés d'integració de funcions i la correspondència entre la realització de la integració en l'interior dels objectes o en la frontera dels mateixos
Entendre la relació entre divergència, flux i circulació de camps vectorials en objectes tri i bidimensionals i les seves fronteres
Aprendre a resoldre problemes d'integració sobre objectes complexos però que es descriuen a trossos mitjançant expressions senzilles que faciliten la realització de càlculs sobre elles

EXAMEN GOEMETRIA

VARIACIONS DE INTEGRALS

Coneixement de la variació d'integrals respecte del temps quan tant la funció subintegral com el domini d'integració depenen del temps
Obtenció d'algunes lleis de conservació, com a pura aplicació dels resultats d'integració i dels conceptes mecànics bàsics en medis simples

Objectius específics

Mitjançant tècniques elementals d'integració i aplicació dels teoremes clàssics, connectar amb elements fonamentals en la descripció dels medis continus
Passar sobre lleis físiques fonamentals des d'un punt de vista simplificat posant l'accent en les tècniques de càlcul vectorial

CÀLCUL DE VARIACIONS

Formulació del problema, condició necessària d'extrem, equació d'Euler i d'Euler-Lagrange i condicions naturals de contorn
Recórrer de forma sistemàtica els problemes que es plantegen mitjançant la condició necessària d'extrem, detectant les característiques dels diferents tipus d'equacions obtingudes, problemes autoadjunts, d'una o de diverses variables, d'autovalors, amb condicions de contorn naturals o forçades

Objectius específics

Es pretén disposar d'una manera sistemàtica de formulació de problemes, que abasta la part més rellevant dels problemes que es plantegen en el context de les equacions diferencials tant d'una com de diverses variables
Es pretén entrar en contacte amb una sèrie de problemes que a poc a poc vagin ampliant l'horitzó d'actuació, des del clàssic problema de la braquistòcrona a les equacions provinents de la minimització de l'energia de deformació elàstica

EQUACIONS DE LA FÍSICA MATEMÀTICA

Construcció i coneixement de les principals equacions de la física matemàtica. Exposar la correspondència entre les equacions diferencials de la física matemàtica i els principis variacionals com el mínim d'energia potencial, el principi de mínima acció, l'equilibri electrostàtic o l'equilibri elàstic i plantejar els problemes de vibració de les cordes, les bigues o les membranes
Es plantegen els criteris clàssics de classificació i els prototips d'equacions elíptiques, parabòliques i hiperbòliques

Objectius específics

Es pretén dotar d'eines per a construir els problemes de la física matemàtica. Accedir a alguns dels grans problemes de la física matemàtica, des d'una perspectiva físico-mecànica que motiva la consideració de les equacions a resoldre i els mètodes per fer-ho
Presentar les famílies de problemes que es poden abordar, equacions de la calor, equació d'ones, equació de Laplace, tipus de dominis i condicions de contorn i de valor inicial

FUNCIONALS QUADRÀTIQUES

Estimació i anàlisi d'autovalors dels problemes de Sturm-Liouville, i resolució de problemes de contorn. A partir de la minimització de funcionals quadràtics i de considerar condicions isoperimétriques sobre funcions d'una variable, obtenim els problemes lineals de contorn i d'autovalors para EDO's.

Objectius específics

Adquirir experiència en l'ús de mètodes de resolució d'aquest tipus de problemes, aquestes tècniques que es mantindran en vigor a l'hora d'abordar problemes d'equacions en derivades parcials mitjançant la separació de variables.

SEPARACIÓ DE VARIABLES

S'introdueix el mètode de Fourier des dels problemes de difusió unidimensionals, portant-lo fins a qualsevol problema que s'adapti a aquest mètode de resolució. Això ens permetrà resoldre molts problemes prèviament plantejats representant les solucions en bases ortonormals

Objectius específics

Disposar d'una eina per a l'obtenció de solucions analítiques efectives de problemes d'interès en moltes àrees aplicades i també comprendre el seu marc d'aplicació, d'altra banda permet valorar la necessitat de disposar d'altres tècniques per a abordar problemes que no estiguin a l'abast del mètode

SOLUCIONS APROXIMADES

El mètodes directes consisteixen a considerar successions minimitzant i no són fàcils de sistematitzar, la forma feble consisteix a escriure les equacions en forma integral i amb menys requeriments de regularitat i són fàcils de sistematitzar
Plantejar una metodologia de control dels coeficients dels problemes a tractar, per donar sortida a la resolució aproximada en espais de dimensió finita. Problemes d'evolució.

Objectius específics

Considerar mètodes alternatius a la separació de variables, per a la solució de problemes del màxim interès i exposar els rudiments perquè la forma feble sigui la via d'aplicació de mètodes de aproximació per a molts problemes.
Accedir als rudiments bàsics perquè, al llarg dels seus estudis, puguin conèixer els mètodes de resolució numèrica de molts problemes d'interès incloent els problemes d'evolució.

EXAMEN EQUACIONS

Activitats

Parametrització i càlcul sobre un objecte real

Es tracta d'un projecte remès exclusivament als alumnes que hagin obtingut les millors notes en el primer examen amb la finalitat de buscar l'excel·lència.

Es proposa la realització d'un projecte individual, consistent en l'elecció d'un objecte real, la seva raonable idealització per a la posterior parametrització, representació gràfica i la realització d'un petit nombre de qüestions de càlcul vectorial sobre ell. Tot això dirigit i corregit pel professor. El projecte acabarà amb una presentació individual i oral d'un resum en powerpoint.

Dedicació

4h 30m

Estudi i resolució d'un problema de EDPs relacionat amb l'enginyeria

Es tracta d'un projecte remès exclusivament als alumnes que hagin obtingut les millors notes en el segon examen amb la finalitat de buscar l'excel·lència.

Es proposa la realització d'un projecte individual en l'àmbit de la Equacions Diferencials, consistent en l'elecció i resolució d'un problema de física matemàtica relacionat amb els estudis d'Enginyeria Civil. Amb ell es pretén que l'alumne interioritzi que molts fenòmens físics poden ser modelitzats per equacions diferencials i aprofitar la seva responsabilitat en el plantejament del problema per motivar-lo a conèixer els possibles mètodes de la seva resolució.Tot això dirigit i corregit pel professor. El projecte acabarà amb una presentació individual oral d'un resum en powerpoint.

Dedicació

4h 30m

Metodologia docent

L'assignatura consta de 6 hores a la setmana de classes presencials a l'aula (grup gran) .

Es dediquen a classes teòriques 2.5 hores en grup gran, en què el professor exposa els conceptes i materials bàsics de la matèria, presenta exemples i realitza exercicis.

Es dedica 3.5 hores en grup gran, a la resolució de problemes amb una major interacció amb l'estudiantat. Es realitzen exercicis pràctics per tal de consolidar els objectius d'aprenentatge generals i específics.

La resta d'hores setmanals es dediquen a avaluacions.

S'utilitza material de suport en format de pla docent detallat mitjançant el campus virtual ATENEA: continguts, programació d'activitats d'avaluació i d'aprenentatge dirigit i bibliografia.

Tot i que la majoria de les sessions s'impartiran en l'idioma indicat a la guia, potser les sessions en què es compti amb el suport d'altres experts convidats es duguin a terme en un altre idioma. L'idioma també pot variar per causes de força major.

Mètode de qualificació

(*) El calendari d'avaluació i el mètode de qualificació s'aprovaran abans de l'inici de curs.

Hi haurà dos exàmens escrits de l'assignatura. Un en l'àrea de Geometria Diferencial G1 i un altre a l'àrea d'Equacions Diferencials E1. Les dates del dos examens estaràn local·litzades dins del periodes determinats per l'Escola.
Els exàmens tindran el mateix valor per a la nota final

La nota final serà, NF = (G1+ E1) / 2.

Criteris de qualificació i d'admissió a la reavaluació: Els alumnes suspesos a l'avaluació ordinària que s'hagin presentat regularment a les proves d'avaluació de l'assignatura suspesa tindran opció a realitzar una prova de reavaluació en el període fixat en el calendari acadèmic. No podran presentar-se a la prova de reavaluació d'una assignatura els estudiants que ja l'hagin superat ni els estudiants qualificats com a no presentats. La qualificació màxima en el cas de presentar-se a l'examen de reavaluació serà de cinc (5,0). La no assistència d'un estudiant convocat a la prova de reavaluació, celebrada en el període fixat no podrà donar lloc a la realització d'una altra prova amb data posterior. Es realitzaran avaluacions extraordinàries per a aquells estudiants que per causa de força major acreditada no hagin pogut realitzar alguna de les proves d'avaluació continuada.

Aquestes proves hauran d'estar autoritzades pel cap d'estudis corresponent, a petició del professor responsable de l'assignatura, i es realitzaran dins del període lectiu corresponent.

Evaluation in the English Group

The evaluation will consist of three elements. 30% of the grade will depend on activities performed during classes. These will include short evaluations of assigned reading, exercises performed individually or in group, and active participation. There will be two exams in the periods set by the Civil Engineering school for the mid-term and the final evaluations, each accounting for 35% or the grade.

Students that have participated in the activities associated to the ordinary evaluation but not passing the course will be offered a re-evaluation. The maximum mark for the re-evaluation exam will be five over ten (5.0). The non-attendance of a student to the re-evaluation test, in the date specified will not grant access to further re-evaluation tests. Students unable to attend any of the continuous assessment tests due to certifiable force majeure will be ensured extraordinary evaluation periods.

Normes de realització de proves

Si no es realitza alguna de les activitats d'avaluació contínua en el periode programat, es considerarà com a puntuació zero.

Horari d'atenció

A convenir durant el curs.

Bibliografia

Bàsica

- Carmo, M.P. Geometría diferencial de curvas y superficies. Madrid: Alianza, 1990. ISBN 8420681350.
- Marsden, J.E.; Tromba, A.J. Cálculo vectorial. 5a ed. Madrid: Addison Wesley, 2004. ISBN 8478290699.
- Raviart, P.-A.; Thomas, J.-M. Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Paris: Dunod, 1998. ISBN 9782100486458.
- Haberman, R. Ecuaciones en derivadas parciales: con series de Fourier y problemas de contorno. 3a ed. Madrid: Prentice Hall, 2003. ISBN 8420535346.

Complementària

- Garnir, H.G. Teoria de funciones: curso de análisis matemático de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Lieja: tomo I. Barcelona: Técnicas Marcombo, 1966.
- Duvaut, G. Mécanique des milieux continus. Paris: Masson, 1990. ISBN 2225816581.
- Courant, R.; Hilbert, D. Methods of mathematical physics. New York [etc.]: Wiley, 1953-1962. ISBN 047017952X.
- Stakgold, I. Boundary value problems of mathematical physics. Philadelphia: SIAM, 2000. ISBN 0898714567.
- Encinas, A.M.; Rodellar, J. Curso de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Barcelona: UPC - Campus Virtual Atenea, 2008.
- Peral, I. Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales. Argentina [etc.]: Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201653575.
- Marcellán, F.; Casasús, L.; Zarzo, A. Ecuaciones diferenciales : problemas lineales y aplicaciones. 1ª Edición. Madrid, [etc.]: McGraw-Hill, 1990. ISBN 8476155115.
- Nagle, R.K.; Saff, E.B.; Snider, A.D. Ecuaciones diferenciales : y problemas con valores en la frontera. México: Pearson Educacion, 2005. ISBN 970260592X.